

П. А. Трубаев, В. А. Кузнецов, П. В. Беседин

**МЕТОДЫ КОМПЬЮТЕРНОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ
ГОРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА
ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ ПЕЧАХ**

*Белгород
2008*

Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова
Белгородский инженерно-экономический институт

П. А. Трубаев
В. А. Кузнецов
П. В. Беседин

**МЕТОДЫ КОМПЬЮТЕРНОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ
ГОРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА
ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ ПЕЧАХ**

Белгород
2008

УДК 666.9.011:621.745.326.1

ББК Б31

Т 77

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор **А. А. Погонин**
(*Белгородский государственный технологический университет*
им. В. Г. Шухова)

Доктор технических наук, профессор **Е. Г. Жилияков**
(*Белгородский государственный университет*)

Кандидат технических наук **В. И. Хлудеев**
(*ОАО «Белгородский цемент»*)

Трубаев П. А.

Т77 Методы компьютерного моделирования горения и теплообмена во вращающихся печах / П.А. Трубаев, В.А. Кузнецов, П.В. Беседин. – Белгород: Изд-во БГТУ; БИЭИ, 2008. – 230 с.

В монографии дан обзор современных методов компьютерного моделирования газодинамических и тепломассообменных процессов. Приведены математические модели горения и теплообмена, численные методы теплотехнических расчетов и расчета теплообмена, алгоритмы автоматического управления процессами горения и теплообмена в зоне спекания цементной вращающейся печи.

Издание рассчитано на научных и инженерно-технических работников промышленности строительных материалов, а также на студентов теплоэнергетических специальностей.

Монография издается в авторской редакции.

УДК 666.9.011:621.745.326.1

ББК Б31

© Трубаев П. А. (главы 1, 5–7), 2008

© Кузнецов В. А. (главы 2–4), 2008

© Беседин П. В. (глава 8), 2008

© Белгородский государственный
технологический университет
(БГТУ) им. В.Г. Шухова, 2008

© Белгородский инженерно-
экономический институт (БИЭИ)

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава 1. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГОРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА	8
§ 1.1. Компьютерное моделирование в инженерной практике	8
§ 1.2. Численные методы компьютерного моделирования	12
§ 1.3. Пакеты программ компьютерного моделирования газодинами- ческих и тепломассообменных процессов	17
Глава 2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФАКЕЛА	24
§ 2.1. Диффузионный факел во вращающейся печи.....	24
§ 2.2. Основы теории струйного течения	25
§ 2.3. Транспортирующая способность турбулентной струи	28
§ 2.4. Структура диффузионного факела.....	30
§ 2.5. Размеры диффузионного факела.....	32
§ 2.6. Расход несгоревшего топлива	35
§ 2.7. Диффузионный факел в ограниченном пространстве.....	38
§ 2.8. Температура диффузионного факела.....	40
§ 2.9. Алгоритм расчета параметров диффузионного факела.....	41
§ 2.10. Состав, плотность и теплоемкость газообразной среды	43
§ 2.11. Радиационная теплоотдача диффузионного факела.....	45
§ 2.12. Преимущества и недостатки аналитической модели	46
Глава 3. ЧИСЛЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ В ДИФФУЗИОННОМ ФАКЕЛЕ	49
§ 3.1. Теоретические математические модели	49
§ 3.2. Законы сохранения и уравнения переноса	51
§ 3.3. Дискретные аналоги дифференциальных уравнений.....	53
§ 3.4. Основные правила построения дискретных уравнений	56
§ 3.5. Численное решение дискретных уравнений	61
§ 3.6. Математическая модель движения газообразной среды.....	63
§ 3.7. Переход к дискретным уравнениям движения среды	65
§ 3.8. Дискретное уравнение для расчета поля давления.....	68
§ 3.9. Преобразование дискретных уравнений движения среды.....	70
§ 3.10. Математическое моделирование турбулентности	72
§ 3.11. Дифференциальные уравнения переноса массы.....	78
§ 3.12. Переход к дискретным алгебраическим аналогам.....	80
Глава 4. ЧИСЛЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМЕНА В ПЕЧАХ И ТОПКАХ	83
§ 4.1. Дифференциальное уравнение переноса теплоты	83
§ 4.2. Закономерности радиационного переноса энергии.....	86
§ 4.3. Уточнение уравнений радиационного переноса.....	89
§ 4.4. Модель спектра поглощения для неограниченной среды.....	94

§ 4.5. Радиационный перенос в ограниченном объеме	96
§ 4.6. Дискретные уравнения для массовой скорости среды.....	99
§ 4.7. Линеаризация свободного члена дискретного уравнения.....	105
§ 4.8. Граничные условия конвективного теплообмена.....	106
§ 4.9. Проверка адекватности математических моделей.....	109
Глава 5. ПОЗОННЫЕ МАТЕРИАЛЬНЫЕ И ТЕПЛОВЫЕ РАСЧЕТЫ ЦЕМЕНТНЫХ ВРАЩАЮЩИХСЯ ПЕЧЕЙ	113
§ 5.1. Расход химических соединений в зонах печи.....	113
§ 5.2. Уравнение теплового баланса на основе характеристик вход- ных и выходных потоков.....	128
§ 5.3. Расчет затрат теплоты на декарбонизацию	135
§ 5.4. Баланс процесса обжига извести.....	138
§ 5.5. Расчет затрат теплоты при последовательном преобразовании материала в цементной печи	140
Глава 6. ПОЗОННЫЙ РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕНА В ЦЕМЕНТНОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЕЧИ.....	145
§ 6.1. Влияние теплового режима на производительность вращаю- щейся печи	145
§ 6.2. Позонный расчет теплообмена в цементной вращающейся пе- чи	149
§ 6.3. Расчет теплообмена в зоне без теплообменных устройств.....	153
§ 6.4. Расчет теплообмена в зоне цепной завесы	162
§ 6.5. Оценка режима горения топлива	167
Глава 7. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В КЛИНКЕРНОМ КОЛОСНИКОВОМ ХОЛОДИЛЬНИКЕ	173
§ 7.1. Схема теплообмена в клинкерном слое.....	173
§ 7.2. Методы расчета аэродинамического сопротивления слоя.....	175
§ 7.3. Методы расчета коэффициента теплообмена в слое	181
§ 7.4. Расчет теплообмена и средних температур в клинкерном слое	183
§ 7.5. Дискретизация клинкерного слоя и расчет теплообмена в сек- ции холодильника	190
§ 7.6. Учет неравномерности засыпки в слое.....	193
§ 7.7. Алгоритм численного расчета теплообмена в колосниковом холодильнике.....	195
Глава 8. УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ ГОРЕНИЯ И ТЕПЛООБ- МЕНА В УСЛОВИЯХ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА.....	202
§ 8.1. Управление качеством сжигания топлива.....	202
§ 8.2. Управление толщиной и протяженностью обмазки в зоне спе- кания.....	205
§ 8.3. Управления грануляцией клинкера.....	209
§ 8.4. Формирование оптимальной энтальпии зоны спекания	213
Библиографический список	220

Предисловие

В течение последних двух десятилетий произошло качественное изменение аппаратных и программных средств вычислительной техники. Стоимость компьютеров снизилась на несколько порядков при одновременном многократном возрастании их вычислительной мощности и быстродействия. В результате проведение компьютерных научно-технических расчетов инженерами и научными работниками самых различных специальностей становится одним из эффективных способов решения их профессиональных задач. В методах исследования выделилось новое направление – компьютерное моделирование процессов (называемое в ряде иностранных источников «science computing» или научным программированием), включающее совокупность теоретических основ и практических методов, необходимых для решения на компьютере прикладных научно-технических задач [1, 2].

В монографии значительное внимание уделяется проблемам компьютерного моделирования и численного исследования процессов горения и теплообмена. В первой главе обсуждается место компьютерного моделирования в научной и инженерной практике, произведен обзор численных методов моделирования горения и теплообмена, перечислены ведущие пакеты компьютерных программ в области вычислительной гидрогазодинамики и тепломассообмена. Вторая, третья и четвертая главы посвящены методам численного исследования горения и теплообмена в промышленных вращающихся печах.

Во второй главе предлагается приближенная математическая модель диффузионного факела во вращающейся печи, использующая аналитическое решение дифференциальных уравнений движения газообразной среды в свободных струях, которая дает возможность построить физически обоснованный и достаточно надежный инженерный метод расчета температуры и радиационной теплоотдачи диффузионного факела во вращающихся печах в тех случаях, когда не требуется принимать во внимание особые условия, вызывающие удлинение или укорочение факела.

В третьей главе рассмотрены методы построения детерминированных математических моделей горения в диффузионном факеле на основе дифференциальных уравнений тепломассопереноса и движения газообразной среды. Дискретизация дифференциальных уравнений выполнена в цилиндрических координатах методом конечных объемов. Предложен достаточно эффективный неявный алгоритм вычисления полей давления и скорости, исключающий необходимость реше-

ния уравнений для поправки давления. Описана двухпараметрическая диссипативная модель турбулентности и сформулированы для нее граничные условия в турбулентном пограничном слое.

В четвертой главе представлена математическая модель теплообмена в рабочем пространстве вращающейся печи, предложены уточненные дифференциальные уравнения переноса излучения в неограниченной поглощающей среде и разработан алгоритм их применения для ограниченного объема промышленных печей и топок. Сформулированы граничные условия, способствующие повышению точности численного метода. Показано, что при расчете конвективного переноса теплоты целесообразно использовать компоненты массовой скорости, что требует соответствующей корректировки уравнений движения. Адекватность математической модели проверена на примере радиационно-конвективного теплообмена в топке жаротрубного парового котла.

Главы пятая, шестая и седьмая содержат численные методы теплотехнических расчетов и расчета теплообмена, основанные на алгебраических уравнениях.

В пятой главе предложен метод теплового расчета теплотехнологических аппаратов с использованием полной энтальпии входных и выходных потоков, которая включает физическую составляющую, определяемую температурой, и химическую составляющую, определяемую составом, агрегатным и структурным состоянием материала. Метод позволяет определять затраты теплоты в печи или ее зонах без необходимости расчета теплового эффекта химических реакций, что актуально при анализе преобразования нетрадиционного и техногенного сырья, состав которого в промышленных условиях значительно варьируется.

В шестой главе рассмотрен метод позонного расчета теплообмена во вращающейся печи, использующий представленные в пятой главе методики материальных и тепловых расчетов, что позволило обеспечить произвольное разбиение печи на зоны и учитывать в тепловых расчетах минералогический состав обжигаемого материала. Произведена постановка задачи интенсификации теплообмена во вращающихся печах и предложен способ ликвидации значительных погрешностей в расчете, вызванных неточностью имеющихся коэффициентов теплообмена для цементных печей.

В седьмой главе предложены численный метод и алгоритм расчета теплообмена в клинкерном слое колосникового холодильника с пере-

талкивающей решеткой, учитывающие перекрёстный ток теплоносителей. Рассмотрены причины вычислительной неустойчивости при решении задачи. Определено влияние параметров математической модели на получаемые результаты и выбраны переменные, использование которых в качестве исходных данных обеспечивает наименьшую погрешность результатов.

В восьмой главе предложены алгоритмы автоматического управления процессами горения и теплообмена в зоне спекания цементной вращающейся печи, направленные на получение устойчивой грануляции клинкера и на образование в зоне спекания высокопрочной обмазки.

Главы 1, 5–7 написаны П.А. Трубаевым, главы 2–4 написаны В.А. Кузнецовым, восьмая глава – П.В. Бесединым.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 08-08-000980) и Министерства образования и науки РФ (№ гос. рег. НИР 01200609271).

Глава 1. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГОРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА

§ 1.1. Компьютерное моделирование в инженерной практике

Компьютерное моделирование является частью математического моделирования, в котором модель представлена в виде компьютерной программы, разработанной на алгоритмическом языке [2], или описана в специализированных пакетах численной математики или вычислительной гидрогазодинамики и тепломассообмена [3]. Согласно одному из определений, предложенному в работе [2], компьютерное моделирование включает (рис. 1):

- а) численное моделирование, использующее методы вычислительной математики для решения систем линейных уравнений [4–6];
- б) имитационное моделирование, заключающееся в синтезе структуры сложной системы из моделей отдельных элементов или процессов [7] *;
- в) статистическое моделирование, позволяющее получать описание объекта на основании информации о его функционировании [8].

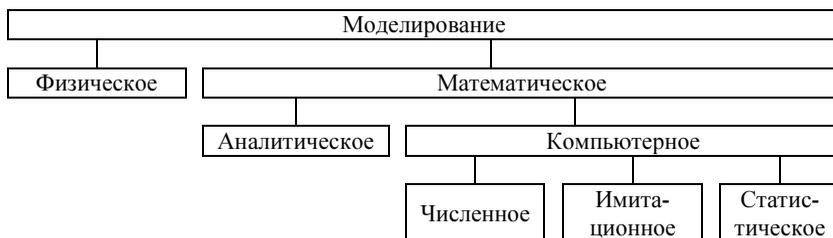


Рис. 1.1. Виды моделирования [2]

Математические модели процессов теплообмена и горения представляют собой, как правило, системы алгебраических уравнений или системы дифференциальных уравнений в частных производных [9]. Основную часть компьютерного моделирования таким образом составляет разработка формализованного описания процессов [10] и ре-

* Следует отметить, что в ряде источников, например в работах [7, 9], под «имитационным моделированием» понимается создание и исследование модели объекта на компьютере (то есть «имитация» реального объекта), что эквивалентно термину «компьютерное моделирование» в классификации, приведенной рис. 1.1.

шение полученных систем уравнений. При проведении вычислений на компьютерах возникает ряд специфических вопросов, которые были несущественны при ручном расчете, поэтому важной составляющей компьютерного моделирования является вычислительная математика [1]. Указанная взаимосвязь задач компьютерного моделирования представлена на рис. 1.2.



Рис. 1.2. Составляющие компьютерного моделирования [1]

Остановимся на месте предметной области в моделировании, которому в современной литературе уделяют мало внимания, в основном акцентируя внимание на математических и вычислительных проблемах компьютерного моделирования.

В работе [9] отмечено, что между инженерами-теплотехниками и прикладными математиками существует определенный разрыв в подходах к решению задач. Многих инженеров устраивают результаты численных расчетов, правдоподобных с физической точки зрения; при этом они считают совершенно излишним обращаться к строгому математическому анализу с целью дальнейшего исследования численных свойств полученного решения. С другой стороны прикладные математики большую часть своих усилий затрачивают на доказательство разного рода теорем, проявляя при этом слишком мало интереса к реальным потребностям инженеров. Вместе с тем в компьютерном моделировании физика явлений и их математическое описание должны быть равноправны [11].

В. В. Кафаров с сотрудниками в 70-х г.г. XX века выделил три составные части математического моделирования: формализованное описание физической природы объекта, математическое описание объекта в виде системы уравнений и дополнительных условий, моделирующий алгоритм [10]. А. А. Самарский также представляет математическое моделирование как триаду последовательных этапов ее со-

здания – «модель-алгоритм-программа», особо отмечая ее неразрывную связь с современными информационными технологиями, а также то, что изолированная разработка отдельных этапов приводит к недостаточной эффективности получаемых информационных систем [4]. Это вызвано не только сложностью объектов моделирования, но и чрезмерной сложностью и трудоемкостью алгоритмов расчета, большим числом логических связей между составляющими моделью блоками. Большая часть особенностей конкретной модели в этих случаях проявляется только на этапе разработки компьютерной программы. Поэтому в современной практике часто нет четкого разграничения между разработкой алгоритма и составлением программы (нередко сюда входит и составление математического описания), и алгоритм корректируется и окончательно формируется в процессе программирования и проверки адекватности работы программы. Такая тенденция в математическом моделировании хорошо согласуется с состоянием современного мира, перенасыщенном информацией, и в частности, с синергетическими методами [12], основанными на принципах технической кибернетики с учетом усложнения систем и наличием их связи с окружающей средой.

Сложившееся положение требует от разработчика компьютерных моделей сочетать глубокие знания в предметной области, вычислительной математике и программировании [13], что на практике редко достижимо. Изучение неспециалистами справочных материалов в незнакомой области прикладной и вычислительной математики или инженерных наук в процессе разработки математической модели и программирования обычно вызывает трудности, так как литературной информации, как правило, оказывается недостаточно для воспроизведения необходимых методик. Поэтому, несмотря на то, что математическое моделирование представляет собой комплексную задачу, на практике часто используется принцип разделения процесса создания математической модели на изолированные этапы для привлечения специалистов различных областей знаний – инженеров, математиков и программистов.

С усложнением моделей такой подход может приводить к снижению качества получаемого программного продукта, а во многих случаях и к невозможности его создания. Как отмечается в работе [13], любое формулирование сложной технической задачи является условным и в процессе ее реализации при выявлении неверной или неприемлемой исходной формулировки постановку задачи приходится изменять.

Разработчики компьютерных программ, не являющиеся специалистами в предметной области, формулировку задачи сомнению не подвергают и не способны заметить возникающие при создании модели противоречия, направляя главные силы на эффективную реализацию численных методов и программного кода. С другой стороны, «правильное формулирование задачи – это научная проблема, не менее сложная, чем само решение задачи» [14]. Таким образом, даже на начальном этапе разработки математической модели, которую затем можно будет реализовать силами специалистов – математиков и программистов, нужны глубокие фундаментальные знания и расширенная математическая подготовка, которой специалисты-практики, как правило, не обладают.

Эта проблема компьютерного моделирования в настоящее время частично решается внедрением в инженерную практику коммерческих пакетов компьютерных программ широкого назначения, созданных в основном научными работниками, специализирующимися в области прикладной математики и программирования. Предполагается, что, приобретя программный пакет, инженеры сами выберут технический объект для численного исследования, изобразят в необходимых деталях его геометрическую форму, поставят задачу исследования и выберут наилучший метод ее решения, зададут начальные и сформулируют граничные условия для всех дифференциальных уравнений на каждом участке граничной поверхности, определяют физико-химические и теплофизические свойства взаимодействующих веществ, после чего численно решат поставленную задачу.

Так как значительная часть процедуры по реализации компьютерной модели передается инженерным работникам, возникает потребность в специальной литературе, дающей им возможность получить представление о современных методах компьютерного моделирования тепловых процессов в промышленных печах и, при необходимости, разобраться в деталях применяемых алгоритмов. К такой литературе относится и настоящее издание.

Решая с помощью компьютерного моделирования научно-технические задачи, специалисты в предметной области способны в ряде случаев по-новому взглянуть на проблему и, возможно, улучшить компьютерные методы. Нисколько не умаляя роли математиков в историческом развитии методов математического моделирования, не следует преуменьшать и вклад в него, внесенного научными работниками, специализирующимися в области инженерных наук. Достаточно

напомнить, что группой именно таких специалистов под руководством Д. Б. Сполдинга был создан и внедрен в практику метод конечных объемов, а происхождение большинства коммерчески доступных компьютерных программ в области вычислительной динамики жидкости восходит к научным разработкам этой группы, опубликованным в 60–70-х годах прошлого столетия [11].

В сложившихся условиях, по-видимому, необходима целенаправленная подготовка научных работников, способных разрабатывать информационные системы для технологических процессов. Такая подготовка может проводиться в форме дополнительного образования для специалистов в конкретной производственной области в рамках магистратуры и аспирантуры.

§ 1.2. Численные методы компьютерного моделирования

Компьютерные модели можно разделить на два больших класса – модели со сосредоточенными и распределенными параметрами [5, 10, 13, 15, 16]. Для моделирования моделей со *сосредоточенными параметрами* применяются системы алгебраических уравнений, включающие уравнения сохранения массы и энергии (материального и теплового баланса), теплопередачи, гидродинамического сопротивления, кинетики химических реакций и т. п. Количество уравнений при этом зависит от количества неизвестных параметров, которые необходимо определить.

Например, рассмотрим процесс теплообмена между газовым потоком и материалом (рис. 1.3).

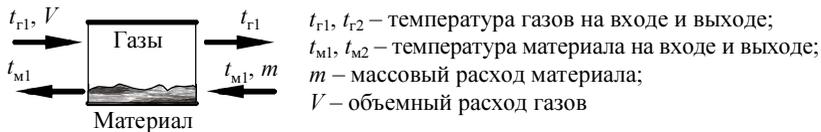


Рис. 1.3. Схема теплообмена

Для определения температуры одного из потоков на выходе составляется уравнение теплового баланса

$$m c_M t_{M1} + V c_G t_{G1} = m c_M t_{M2} + V c_G t_{G2},$$

из которого и находится неизвестная температура (в приведенном уравнении c_M – массовая теплоемкость материала, c_G – объемная теплоемкость газов, взятые при соответствующих температурах).

Если необходимо определить температуры двух потоков на выходе, математическая модель имеет вид системы из двух уравнений – теплового баланса и теплопередачи:

$$\begin{cases} q = mc_{\text{м}2}t_{\text{м}2} - mc_{\text{м}1}t_{\text{м}1} = Vc_{\text{г}1}t_{\text{г}1} - Vc_{\text{г}2}t_{\text{г}2}; \\ q = k\Delta TF, \end{cases} \quad (1.1)$$

где q – количество передаваемой теплоты; k – коэффициент теплопередачи; F – площадь теплопередачи, ΔT – температурный напор.

Решения в замкнутой форме для моделей с распределенными параметрами могут быть найдены, как правило, только численными методами [17], так как в уравнения входит ряд параметров, коэффициентов и свойств, нелинейно зависящих от неизвестных параметров модели – температур, концентраций и т.п. Из численных методов решения алгебраических уравнений выделим следующие [18, 19]:

а) метод пошагового приближения с дроблением шага – простой в реализации и надежный, не требует модификации исходной модели; из недостатков можно отметить низкую скорость сходимости;

б) метод бисекции (деления пополам) – позволяет получить решение за заранее определенное число итераций, надежен, но требует предварительного определения отрезка, внутри которого находится один корень;

в) метод Ньютона и его модификации (например, метод хорд) – обладает высокой скоростью сходимости, но чувствителен к начальному приближению, кроме того, в каждой итерации требует нескольких вычислений промежуточных значений искомой функции.

В моделях с *распределенными параметрами* процессы описываются дифференциальными уравнениями в частных производных или интегро-дифференциальными уравнениями в 2-х или 3-х мерных системах координат, включающими уравнения движения (Навье-Стокса), конвективного и диффузионного переноса вещества и теплоты, радиационного теплообмена, кинетики химических реакций и др.

Аналитические решения в замкнутой форме, выраженные в виде многочленов, рядов Фурье, тригонометрических и других функций, для таких систем могут быть найдены только для самых простых задач или при радикальном упрощении модели [1, 20], что объясняется нелинейностью и взаимосвязью уравнений, многокомпонентностью задачи, сильной температурной зависимостью свойств, коэффициентов и параметров, разнообразием геометрии и граничных условий [21–24].

При численном решении дифференциальные уравнения дискретизируются – непрерывная величина, задаваемая дифференциальной функцией, заменяется дискретными значениями сеточной функции в определенных точках – узлах пространственной сетки. Пространственная сетка получается путем разбиения каждой координаты на конечное число точек. Решая систему, полученную записью дискретных уравнений для всех узлов сетки, получают значения неизвестных параметров (температуры, давления, концентраций и т.д.) в каждой контрольной точке.

Теория численных методов решения задач математической физики развивается в нескольких направлениях, отличающихся способами построения дискретной модели – системы дискретных алгебраических уравнений [4]. Перечислим основные методы дискретизации.

1. В методе *конечных разностей* непрерывная область заменяется сеткой, в узлах которой определяются неизвестные переменные. Частные производные первого и второго порядка заменяются конечными разностями величин в соседних расчетных точках с применением рядов Тейлора. Метод очень распространен в связи с простотой его реализации. Недостатками являются вычислительные трудности, возникающие для пограничных областей и областей с большим градиентом изменения параметров, где требуется сгущение сетки, а также сложность реализации на неравномерной сетке [6].

2. Метод *конечных объемов* предусматривает приближенное интегрирование дифференциальных уравнений относительно переменных координат по выделенному возле узловой точки контрольному объему [25]. Дискретизированные уравнения в окончательном виде, как правило, оказываются аналогичными дискретным уравнениям, полученным с использованием конечно-разностного метода с центральными разностями [9]. Достоинством метода является строгое соблюдение законов сохранения и физической содержания, свойственного дифференциальным уравнениям. Этот метод подробно рассматривается в главе 3.

3. Метод *конечных элементов* основан на определении поля параметров путем приближенного решения задачи. В этом методе исходные функции заменяются на специально сконструированные функционалы, как правило, кусочно-полиномиального вида, а решение имеет вид линейной комбинации базисных функций и неизвестных коэффициентов. Достоинством метода является строгая математическая формулировка, возможность применения нерегулярных сеток и аппрокси-

мации криволинейных границ, устойчивость. К недостаткам метода можно отнести необходимость критического выбора базисных функций [6].

4. *Интегральные* методы заключаются в записи уравнений в интегральном, а не дифференциальном виде. Их преимущество проявляется при использовании непрямоугольных систем координат [26].

Геометрия промышленных печей требует применения адаптивных сеток и независимости свойств расчетного метода от выбранной системы координат [27]. С этой точки зрения наибольшей гибкостью обладает метод конечных элементов, но, даже с учетом его развития в последнее время, конечно-разностные алгоритмы метода конечных объемов имеют преимущество по эффективности и точности. В частности, для них проще реализуется применение дискретных схем более высокого порядка точности [27].

Метод конечных элементов и конечных разностей, согласно Д. Б. Сполдингу, в общем случае можно рассматривать как различные варианты метода конечных объемов [9], которые различаются по: 1) форме подобластей; 2) виду базисных функций; 3) числу неизвестных в узлах, входящих в соответствующее алгебраическое уравнение; 4) виду коэффициентов в алгебраическом уравнении, если число неизвестных в узлах одинаково; 5) способу получения алгебраического уравнения и 6) виду схемы решения линейных и нелинейных алгебраических уравнений [9].

Одной из самых сложных проблем компьютерного моделирования является учет турбулентности. При горении эта проблема осложняется дополнительными факторами – химическими реакциями и излучением [28]. Достаточно универсальных и обоснованных методов расчета турбулентных течений в настоящее время не существует [29]. Поэтому в расчетной практике доминируют полуэмпирические модели турбулентности. Недостаточная универсальность полуэмпирических теорий в настоящее время связана с отсутствием необходимых детальных экспериментальных данных [29].

Существует много моделей, определяющих коэффициент турбулентного обмена. Среди них можно отметить следующие [28]:

1. Модели нулевого уровня, включающие алгебраические выражения для коэффициента турбулентного обмена.

2. Модели с одним уравнением, в которых коэффициент турбулентности вычисляется с помощью одного дифференциального уравнения в частных производных.

3. В наиболее распространенных в настоящее время двухпараметрических моделях турбулентности, применяя осредненные уравнения Рейнольдса (модель RANS), получают дифференциальное уравнение переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций k . В качестве второго параметра используют либо скорость диссипации турбулентной энергии ε [30, 31], либо удельную скорость диссипации ω [28], конструируя соответствующее дифференциальное уравнение переноса.

В настоящее время развиваются новые подходы к моделированию турбулентных течений [32]: моделирование крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) и прямое численное моделирование (Direct Numerical Simulation, DNS). В методе LES [33] крупномасштабные детали турбулентного потока определяются прямым численным моделированием с использованием относительно небольшого числа узловых точек, а процессы в более мелких неразрешенных масштабах моделируются как изотропная турбулентность с использованием каких-либо моделей турбулентности, например (k - ε)-моделей [28]. Проблема этого метода в том, что в пограничном слое размеры вихрей малы и поэтому возникают ограничения метода по числу Re . В методе DNS производится решение полных трехмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса или Эйлера без использования каких-либо специальных моделей турбулентности. Метод обладает высокими вычислительными потребностями и поэтому в настоящее время применим только для течений с малыми числами Re .

Обзор методов турбулентности, применяемых в пакетах вычислительной гидрогазодинамики приведен далее в подразд. 1.3.

Еще одной проблемой вычислительной гидродинамики является задача расчета поля давления [27], так как в системе уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости отсутствует уравнение для давления. В методах, использующих естественные переменные, для расчета давления обычно используется комбинация уравнения неразрывности и количества движения. На сегодня наиболее популярным среди специалистов по вычислительной гидродинамике является семейство SIMPLE алгоритмов (SIMPLE и SIMPLER [25], SIMPLEC [34, 35], PISO [36]) и метод искусственной сжимаемости [23]. В алгоритме SIMPLER принято, что поле давления мгновенно реагирует на изменение полей вектора скорости и массовой силы и явно не зависит от распределения давления в предыдущий момент времени. Это приводит к заметному повышению эффективности алгоритма, но он реализуется только на разнесенной шахматной сетке. Методы искусственной сжи-

маемости и алгоритмы SIMPLE, SIMPLEC, PISO могут быть реализованы на совмещенных и частично совмещенных сетках.

При применении SIMPLE-процедур в неортогональных системах координат возникает рассогласование полей скорости и давления с образованием так называемых шахматных полей [36, 37]. Большое число работ посвящено устранению этого эффекта, связанного с тем, что в алгоритме используется разностное уравнение, полученное из дискретных аналогов дифференциальных уравнений движения и неразрывности.

§ 1.3. Пакеты программ компьютерного моделирования газодинамических и тепломассообменных процессов

В конце прошлого века начались разработки пакетов прикладных программ моделирования гидрогазодинамики и тепломассообмена (CAE-технологии). В них реализованы универсальные решения задач вычислительной гидродинамики (CFD – Computational Fluid Dynamics) и тепломассообмена. При работе с пакетом пользователь осуществляет постановку задачи: в графическом или чертежном пакете создает геометрическую расчетную область (см. рис. 1.4 *а*); определяет расчетную сетку (рис. 1.4 *б*); задает граничные условия и параметры веществ; выбирает модели протекающих процессов. CAE-система осуществляет расчет и представляет полученные результаты в табличном и графическом виде. Первоначально CAE-системы из-за больших вычислительных требований функционировали только на специальных мощных компьютерах (кластерах). Но развитие вычислительной техники позволило осуществлять расчеты с приемлемыми временными затратами и на современных персональных компьютерах [38–44].

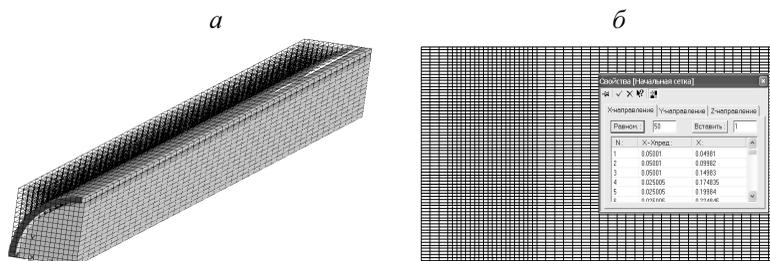


Рис. 1.4. Пример построения расчетной сетки в пакете FlowVision [45]:
а – равномерная трехмерная сетка из 9029 расчетных ячеек;
б – неравномерная двухмерная сетка из 3408 ячеек

В настоящее время для пользователей доступны ряд коммерческих CAE-систем. Охарактеризуем наиболее распространенные из них*.

ANSYS CFX – программный комплекс для решения задач аэро- и гидродинамики, акустики, теоретической механики, теплофизики, конвективного и радиационного теплообмена, основанный на методе конечных элементов. Включает широкий выбор моделей турбулентности. Эффективен при решении больших моделей с многокомпонентными течениями и сложной структурой. Является признанным лидером при расчетах турбомашин и моделирования в химической индустрии.

ANSYS FLUENT – программный комплекс для решения задач механики жидкостей и газов. Использует неструктурированную сеточную технологию, где типы элементов – гексаэдры, тетраэдры, призмы и пирамиды. Включает ламинарные и турбулентные модели гидродинамики, теплопередачи, фазовых переходов и радиационного теплообмена, модели для расчета кавитации, движения сжимаемых жидкостей, теплообмена, теплопроводности реальных газов, модуль для расчета параметров влажного пара, семь моделей для химических реакций с возможностью предсказания выхода оксидов азота NOx. Включает базу данных по различным видам топлив. Является признанным лидером при расчете химических реакций и задач горения, многофазного моделирования.

STAR-CD – многоцелевой программный комплекс, предназначенный для проведения расчетов в области механики жидкости и газа, тепло- и массопереноса, процессов горения и решения других задач. В нем впервые реализована технология «скользящих сеток». Лидер моделирования в автомобильной промышленности.

FlowVision – система моделирование стационарных и нестационарных слабосжимаемых и несжимаемых потоков в технических приложениях. FlowVision основан на конечно-объемном методе и использует прямоугольную адаптивную сетку с локальным измельчением, что позволяет моделировать сложные течения с сильной закруткой и с горением. Для получения адаптивной сетки используется технология подсеточного разрешения, в то время как в альтернативных пакетах при несовпадении границ объектов с расчетной сеткой последняя деформируется или дробится. Недостатком такого подхода является повышенная

* Используются материалы интернет-сайтов www.parallel.ru, www.cad.ru, www.intuit.ru, www.processflow.ru, www.fluent.com, www.cadferm.ru, www.flowvision.ru, www.flow3d.com, www.cfd.ru.

погрешность при моделировании пограничных слоев. Система является отечественной разработкой и включает полную русскоязычную документацию.

FLOW-3D – пакет общего назначения для моделирования задач течения жидкости и газа. Лидер в моделировании течений со свободной поверхностью, использует метод конечных объемов с сеткой из ортогональных элементов. Использует метод «мультиблочных сеток», когда расчетная область формируется из нескольких подобластей, имеющих различное разрешение сетки.

GDT (GasDynamicsTool) – это программный продукт, специализирующийся на задачах баллистики, горения и детонации. Позволяет устанавливать динамические сценарии, состоящие из неограниченного числа шагов с разными начальными и граничными условиями. Является отечественной разработкой.

Возможности ведущих пакетов могут быть рассмотрены на примере пакета ANSYS CFX, который включает:

- а) математические модели физических процессов:
 - сжимаемые и несжимаемые течения;
 - стационарные и нестационарные течения;
 - ламинарные течения, в т.ч. и неньютоновских жидкостей;
- б) модели турбулентности:
 - алгебраическая модель;
 - двухпараметрические дифференциальные модели RANS: k - ϵ и k - ω (включающие осредненные по времени уравнения переноса для течений с большими числами Re);
 - двухпараметрическая дифференциальная модель Ментера, объединившая достоинства моделей турбулентности k - ϵ и k - ω ;
 - модели напряжений Рейнольдса RSM (для потоков с развитой анизотропией);
 - модель крупных вихрей или больших структур LES (Large Eddy Simulation), в которой учитываются вихри с размером, большим размеров ячейки расчетной сетки;
 - модель неприсоединенного или свободного вихря DES (Detached Eddy Simulation);
 - развиваемая в последнее время модель, учитывающая масштабы турбулентных пульсаций SAS (Scale Adaptive Simulation), сочетающая методы записи уравнений Навье-Стокса LES и RANS.
- в) модели теплопередачи:
 - сопряженный теплообмен;

- радиационный теплоперенос;
- естественная конвекция;
- многокомпонентные течения;
- г) модели горения:
 - модели PDF-типа, описывающие турбулентный поток статистическими методами;
 - модель flamelet для диффузного горения;
 - модель распада вихрей EDM (Eddy Dissipation Model, «быстрая химия»), предполагающая что скорость химических реакций намного выше скорости смешения горючего компонента и окислителя;
 - модель конечной скорости химической реакции FRCM (Finite Rate Chemistry Model), где определяющим процессом является молекулярное взаимодействие между реагентами (см. рис. 1.5);
 - модель образования оксидов азота NO_x ;
 - модель образования сажи;
 - многофазные течения;
- д) модель течения Эйлера:
 - межфазный тепломассоперенос;
 - межфазная передача импульса;
 - свободные поверхности;
- е) модель движения Лагранжа:
 - распределённое сопротивление (линейные, квадратичные зависимости);
 - объёмные и точечные источники массы, импульса, энергии, компонентов и др.

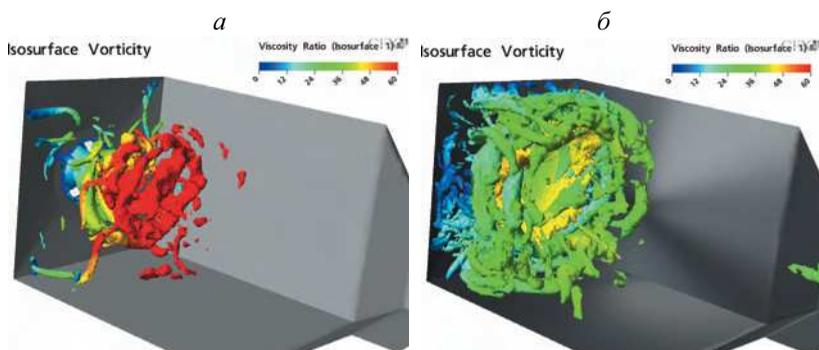


Рис. 1.5. Моделирование процесса горения в пакете ANSYS CFX [38]:
а – нереагирующая смесь; *б* – с учетом химических реакций

- ж) вычислительные методы:
- конечно-объемная дискретизация уравнений;
 - решение трехмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса;
 - разностные схемы 1 и 2 порядка;
 - совместное решение уравнений сохранения момента количества движения и массы (Coupled Solver);
 - алгебраический многосеточный метод решения линейаризованных уравнений;
 - поддержка элементов различных типов: гексаэдры, призмы, пирамиды, тетраэдры;
 - интерфейсы сопряжения расчетных сеток – скользящие сетки, произвольное сопряжение;
 - адаптивное сгущение сеток;
 - подвижные и изменяющиеся сетки.

Результаты решения задач горения и теплообмена в промышленных топках и печах с применением рассмотренных пакетов показаны на рис. 1.6–1.8.

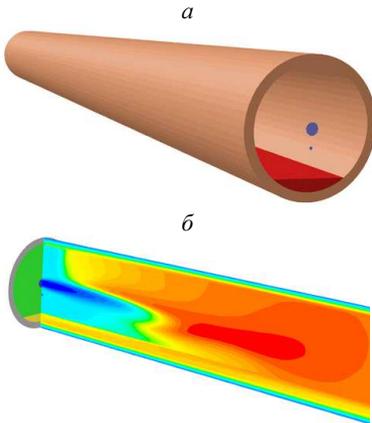


Рис. 1.6. Моделирование горения во вращающейся печи при сжигании твердого топлива в пакете Fluent [42]:

а – трехмерная расчетная область;
б – распределение температуры в печи

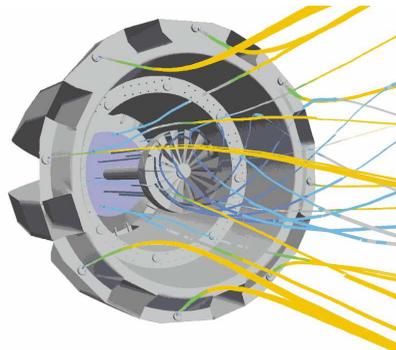


Рис. 1.7. Моделирование газовой горелки в пакете Fluent (с сайта www.fluent.com)

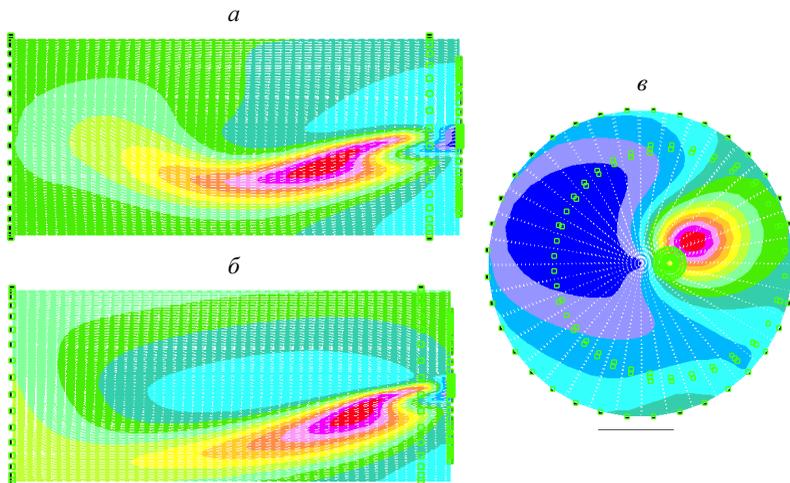


Рис. 1.8. Течение и распределение температур во вращающейся печи, моделирование в пакете Star-CD (с сайта www.cadfm.ru):

- а* – горелка расположена с наклоном 25° относительно центральной оси;
- б* – горелка расположена с наклоном 45° относительно центральной оси;
- в* – центральное поперечное сечение при горизонтальном расположении горелки

Сравнение рассмотренных пакетов затруднено, так как::

- 1) освоение пакетов требует большой квалификации и точность получаемых решений зависит не столько от системы, сколько от опыта их пользования;
- 2) результаты решения во многом зависят от выбора предлагаемых в пакетах физических моделей и моделей турбулентности, а также построения расчетной сетки;
- 3) все пакеты характеризуются высокой стоимостью и поэтому пользователь выбирает один из них и не имеет возможности сравнить решение одной и той же задачи в разных системах.

В работе [46] было произведено сравнение пакетов CFX, Fluent и Star-CD при двухмерном моделировании движения среды в диффузоре. Показано, что каждый из этих пакетов позволяет получить достоверные результаты. Но для успеха моделирования необходим выбор правильных физических и численных моделей. Например, при выборе $k-\epsilon$ модели турбулентности результаты моделирования были недостоверные, кроме того, в разных пакетах они значительно отличались.

Таким образом, преимущества и недостатки пакетов определяются не столько свойствами моделирующих систем, сколько квалификацией эксплуатирующих их инженеров-исследователей.

Мировым лидером по продажам является пакет Fluent, затем с отставанием в 3-5 раз находятся пакеты Star-CD и CFX. В нашей стране распространение получил также пакет FlowVision.

Недостатками пакетов численного моделирования газодинамических и тепломассообменных процессов являются:

- 1) большая погрешность при расчете пограничных слоев;
- 2) недостаточная точность моделей турбулентности, которые традиционно в вычислительной гидродинамике основываются на эмпирических зависимостях;
- 3) неточность расчета радиационного теплообмена: а) в пакете ANSYS CFX отсутствуют стандартные средства для расчета теплообмена излучением между твердыми телами и рассчитывается только излучение нагретого тела в окружающую среду [47]; б) в пакете FlowVision используются две модели излучения: между телами в прозрачной среде и модель излучения в объеме при постоянных свойствах среды, причем совместно эти модели использованы быть не могут [48];
- 4) необходимость большого практического опыта для грамотной эксплуатации пакетов. В работе [49] отмечается, что несмотря на обширную литературу по численным методам решения задач гидродинамики и тепломассообмена, программы часто используются в режиме «черного ящика» без глубокого понимания реализованных в них математических моделей, алгоритмов, приемов и особенностей адаптации пакетов к прикладной задаче.

Глава 2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФАКЕЛА

§ 2.1. Диффузионный факел во вращающейся печи

Во вращающихся печах происходят сложные теплотехнологические процессы, важнейшим из которых являются горение топлива, образование топливного факела, теплоотдача от факела к технологическому материалу и футерованным стенам печи. От интенсивности и полноты подвода тепла к обжигаемому материалу зависит не только производительность установки и качество цементного клинкера, но также стабильность и продолжительность работы вращающейся печи.

Обеспечение стойкости футеровки вращающихся печей является одной из важнейших задач цементного производства. На практике удовлетворительная стойкость футеровки в зоне спекания клинкера достигается только при налипании и затвердевании на поверхности футеровки технологического расплава, образующего защитный гарнисажный слой, обычно называемый клинкерной обмазкой. Как показывает эксплуатационный опыт, срок службы футеровки зависит преимущественно от устойчивости слоя клинкерной обмазки. Устойчивой, хорошей обмазкой считается слой гарнисажа толщиной около 200 мм [50], а в работе [51] в качестве минимальной рассматривается толщина защитного слоя 30...50 мм. Средний срок службы хромомagneзитового огнеупора, покрытого устойчивым слоем клинкерной обмазки, составляет пять-шесть месяцев, а при неустойчивой обмазке менее трех месяцев [50].

Наибольшая частота прогаров футеровки наблюдается в области максимальной интенсивности сгорания топлива [52]. Очевидно, что прогнозирование температурного поля в футеровке вращающихся печей требует предварительной оценки размеров топливного факела, его температуры и радиационной теплоотдачи.

Во вращающейся печи образуется удлиненный топливный факел вследствие отдельной подачи на горение топлива и воздуха. В этих условиях интенсивность сгорания топлива зависит в основном от интенсивности турбулентной диффузии в процессе его смешения с воздухом, а не от скорости окислительных реакций. Такой факел называют диффузионным. Допустимо считать, что химические реакции при контакте горючих компонентов топлива с кислородом воздуха в диффузионном факеле протекают мгновенно.

Хотя столь упрощенный подход к процессу горения облегчает его математическое описание, следует признать, что построение теории

диффузионного факела еще далеко от своего завершения. В наиболее известных работах в этой области [53, 54] использовались общие положения теории турбулентных струй [55] с целью получения аналитических формул, позволяющих рассчитывать длину факела.

При выводе расчетных формул предполагалось, что газообразное топливо вытекает из горелки с большой скоростью и, вовлекая в движение окружающий воздух, образует турбулентную струю. Если струя не тормозится стенами печи, развиваясь, например, в неограниченном воздушном пространстве, то поток импульса через ее поперечные сечения остается постоянным. Массовый расход газообразной среды через поперечные сечения струи постепенно возрастает, а ее продольная скорость уменьшается в соответствии с законом сохранения потока импульса. Смешение топлива с воздухом в турбулентной струе завершается химическими реакциями горения.

Для получения достоверного результата приходится теоретический анализ процесса дополнять экспериментальными соотношениями. Например, в [53] с этой целью измерялось отношение видимой ширины факела к его длине. Возможность свести к минимуму использование эксперимента при построении аналитической теории диффузионного факела появилась после теоретического решения Шлихтингом задачи о распределении скорости в свободной струе круглого поперечного сечения [56]. На основе теории струйного течения удалось получить аналитические формулы для расчета не только длины факела, но и ряда других важных характеристик области горения. Несмотря на это, аналитическая теория диффузионного факела в настоящее время является весьма приближенной и может применяться лишь для ориентировочной оценки интенсивности горения газообразного топлива в незакрученной турбулентной струе без учета влияния на нее силы тяжести.

§ 2.2. Основы теории струйного течения

Для приближенного расчета параметров диффузионного факела может быть полезен излагаемый ниже инженерный метод математического моделирования [57], основанный на аналитическом решении дифференциальных уравнений движения газообразной среды в свободных струях. Предполагается, что струя круглого поперечного сечения образуется в результате дозвукового истечения газа из отверстия малого диаметра в неограниченную однородную среду и описывается дифференциальными уравнениями Навье–Стокса движения вязкой жид-

кости совместно с уравнением неразрывности. Для продольной компоненты скорости дифференциальное уравнение Навье–Стокса в приближении пограничного слоя имеет следующий вид:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r v \frac{\partial u}{\partial r} \right). \quad (2.1)$$

где u , v – соответственно продольная и поперечная компоненты скорости, x , r – соответственно продольная (по оси струи) и поперечная (по радиусу струи) координаты. Плотность среды ρ и кинематический коэффициент вязкости ν считаются постоянными величинами.

Решение дифференциального уравнения (2.1) получено Шлихтингом [56] в виде следующего уравнения для продольной компоненты скорости:

$$u = \frac{3J}{8\rho\nu x \left(1 + \eta^2\right)^2}, \quad (2.2)$$

где J – поток импульса через поперечное сечение струи, η – безразмерная радиальная координата,

$$\eta = \frac{r}{8\nu x} \sqrt{\frac{3J}{\pi\rho}}. \quad (2.3)$$

Поток импульса через поперечные сечения свободной (неограниченной) струи сохраняется постоянным и, следовательно, может быть приближенно определен по средней скорости u_0 истечения жидкости или газа плотностью ρ_0 из выходного отверстия сопла диаметром d_0 :

$$J = \frac{\pi}{4} \rho_0 u_0^2 d_0^2. \quad (2.4)$$

Теоретическое решение задачи Шлихтинг распространил на турбулентные струи, заменив кинематический коэффициент вязкости ν его турбулентным аналогом ν_T . Согласно экспериментальным данным [58], коэффициент турбулентной вязкости в центральной части осесимметричной струи можно считать пропорциональным произведению скорости u_m на оси струи на расстояние x до расчетного сечения струи:

$$\nu_T \approx 0,002 u_m x. \quad (2.5)$$

Таким образом, появляется возможность использовать теоретическое решение (2.2) для характеристики турбулентного струйного течения. В свободной турбулентной струе будем рассматривать лишь основной участок, имеющий, в отличие от небольшого начального участ-

ка, прямолинейные границы. Прямые, ограничивающие основной участок струи, пересекаются в полюсе струи (точка P на рис. 2.1) на расстоянии x_0 от выходного отверстия сопла.

Перенесем начало осей координат из полюса струи P в выходное сечение сопла, заменив координату x величиной $x + x_0$. Тогда, после подстановки соотношений (2.4) и (2.5), теоретические выражения для продольной скорости u , скорости u_m на оси струи и безразмерной координаты η примут следующий вид (см. рис. 2.1):

$$u = \frac{u_m}{(1 + \eta^2)^2}, \quad (2.6)$$

$$u_m = 6,84 u_0 \frac{d_0}{x + x_0} \sqrt{\rho_0 / \rho}, \quad (2.7)$$

$$\eta = 7,9 \frac{r}{x + x_0}. \quad (2.8)$$

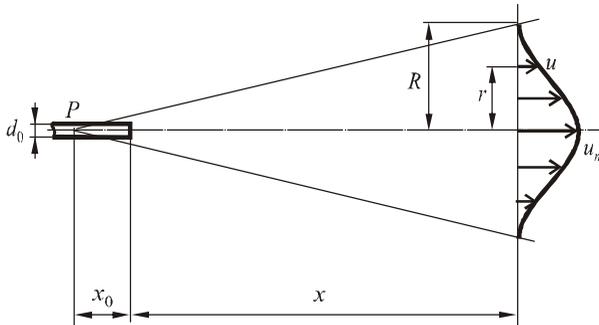


Рис. 2.1. Распределение продольной скорости в турбулентной струе:
 x, r – координаты; d_0 – диаметр сопла; R – радиус струи; P – полюс струи

Теоретические зависимости (2.6) – (2.8) хорошо совпадают с результатами измерения скорости в турбулентной струе. Небольшое завышение расчетной скорости наблюдается лишь вблизи границ струи. Вследствие турбулентных пульсаций фактическое положение отдельных участков границы струи непрерывно изменяется во времени, колеблясь относительно конической поверхности, которая и принимается в качестве теоретической границы струи. Чтобы компенсировать небольшое отклонение теоретического расхода среды в струе от экспе-

риментального, примем расчетный угол раскрытия границ струи равным 24° (на 1° меньше экспериментально установленного значения) и соответствующую ему безразмерную координату границы струи $\eta_{гр} = 1,667$. Отсюда, используя (2.8), получаем выражение для расчетного радиуса струи на основном участке:

$$R = 0,211(x + x_0). \quad (2.9)$$

Одно из преимуществ теоретического решения задачи состоит в том, что формула (2.7) позволяет учитывать различие плотности топлива ρ_0 , вытекающего из горелки, и плотности газообразной среды в факеле ρ . Температура среды в факеле после воспламенения топлива значительно увеличивается, в результате турбулентная струя заметно расширяется (см. рис. 2.1). Радиус расширенной струи, соответствующий выходному сечению горелки, обычно находят из уравнения постоянства расхода:

$$R_0 = \frac{d_0}{2} \sqrt{\rho_0/\rho}. \quad (2.10)$$

Применив (2.9) к выходному сечению сопла горелки при $x = 0$ и заменив радиус струи R_0 выражением (2.10), получим формулу для расчета расстояния до полюса струи:

$$x_0 \approx 2,37 d_0 \sqrt{\rho_0/\rho}. \quad (2.11)$$

Следует иметь в виду, что соотношение (2.10) записано в предположении, что скорость u_m при нагреве и расширении струи не увеличивается, что представляется не вполне корректным и вносит некоторую погрешность на начальном участке струйного течения.

§ 2.3. Транспортирующая способность турбулентной струи

Под воздействием сил внутреннего трения на границе струи окружающий воздух вовлекается в струйное течение. Массовый расход газообразной среды G через любое поперечное сечение основного участка струи можно определить по известному распределению скорости (2.6) – (2.8), принимая плотность среды в рассматриваемом сечении постоянной:

$$G = 2\pi\rho \int_0^R u r dr. \quad (2.12)$$

Подставим в (2.12) выражения (2.6) для скорости u и (2.8) для радиуса r и выполним интегрирование, приняв безразмерную координату границы струи $\eta_{гр} = 1,667$:

$$G = 2\pi\rho\left(\frac{x+x_0}{7,9}\right)^2 u_m \int_0^{\eta_{гр}} \frac{\eta d\eta}{(1+\eta^2)^2} = 0,0118 \pi\rho(x+x_0)^2 u_m . \quad (2.13)$$

Подставив выражение (2.7) для скорости u_m , поделим равенство (2.13) на величину массового расхода топлива через горелку, определяемую по уравнению расхода:

$$G_0 = \frac{\pi}{4} \rho_0 u_0 d_0^2 . \quad (2.14)$$

В результате получим расчетное уравнение для массового расхода газообразной среды через поперечные сечения турбулентной струи:

$$\frac{G}{G_0} = 0,322 \frac{x+x_0}{d_0} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} . \quad (2.15)$$

Примем, что при $x = 0$ расчетный массовый расход газообразной среды G равен массовому расходу топлива G_0 через выходное отверстие горелки. При этом условии из уравнения (2.15) следует формула для расчета массового расхода воздуха, вовлеченного в струйное течение:

$$\frac{G_B}{G_0} = 0,322 \frac{x}{d_0} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} . \quad (2.16)$$

Оказалось, что теоретическое уравнение (2.16) совпадает с точностью до 1% с зависимостью, установленной экспериментально при струйном смешении с воздухом газов различной плотности (водорода, пропана и углекислого газа) [59], что подтверждает справедливость принятых допущений.

Несмотря на то, что формулы (2.15) и (2.16) получены для изотермической струи, они применяются в дальнейшем для расчета параметров диффузионного факела. Чтобы учесть при этом неизотермичность факела, предлагается вместо постоянной плотности газообразной среды ρ использовать ее усредненную величину $\langle\rho\rangle$ на расчетном участке турбулентной струи. При этом реальная турбулентная струя с неизотермической средой мысленно заменяется эквивалентной изотермической струей, имеющей ту же транспортирующую способность.

§ 2.4. Структура диффузионного факела

Размеры диффузионного факела зависят от интенсивности и полноты сгорания в нем топлива. Количественная оценка содержания негоревшего топлива в различных сечениях по длине факела выполняется при помощи массовой концентрации c_t , представляющей собой массовую долю топлива в газообразной среде факела. Аналогично определяются массовые концентрации воздуха c_v и продуктов горения $c_{пр}$ как массовые доли воздуха или продуктов горения в газообразной среде факела. Сумма массовых концентраций топлива c_t , воздуха c_v и продуктов горения $c_{пр}$ в любой точке факела равна единице.

Диффузионный факел в пределах турбулентной струи можно разделить на две области, как это показано на рис. 2.2. В первой области, расположенной во внутренней приосевой части струи, концентрация воздуха c_v равна нулю и, следовательно, газообразная среда состоит из топлива и продуктов горения. Во второй области, расположенной во внешней части струи, концентрация топлива c_t равна нулю, так что газообразная среда состоит только из воздуха и продуктов горения.

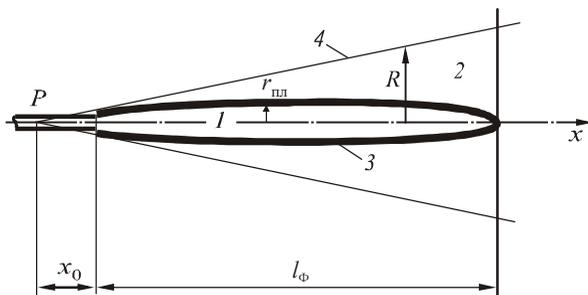


Рис. 2.2. Структура диффузионного факела: 1 – внутренняя область; 2 – внешняя область; 3 – фронт пламени; 4 – границы турбулентной струи

При контакте горючих компонентов топлива с кислородом воздуха на поверхности 3, разделяющей области 1 и 2, практически мгновенно протекают химические реакции, сопровождающиеся выделением тепла. Вследствие турбулентных пульсаций отдельные участки зоны контакта пламени непрерывно колеблются относительно их осредненного положения, так что образуется достаточно широкая область химических реакций, в которой продукты горения имеют наивысшую температуру.

Геометрическую поверхность 3, осредняющую в турбулентном потоке положение зоны химических реакций, будем называть фронтом пламени. К поверхности фронта пламени диффундируют топливо из внутренней области 1 и воздух из внешней области 2 факела. Так как скорость химических реакций много больше скорости турбулентной диффузии, можно считать, что на фронте пламени концентрации топлива $c_T^{пл}$ и воздуха $c_B^{пл}$ равны нулю.

Расчетной концентрацией в факеле служит комплексная величина

$$C = c_T - c_B / n_B, \quad (2.17)$$

где n_B – стехиометрический коэффициент, равный массе воздуха (кг), теоретически необходимой для сжигания 1 кг топлива. Распределение расчетной концентрации при диффузионном горении зависит только от интенсивности процессов конвективного и турбулентного переноса химических компонентов при смешении топлива с воздухом.

За пределами свободной турбулентной струи концентрация воздуха c_B^∞ равна единице, и, следовательно, расчетная концентрация имеет следующее значение:

$$C^\infty = -1/n_B. \quad (2.18)$$

Разность расчетных концентраций в турбулентной струе и за ее границами образует избыточную концентрацию:

$$\Delta C = c_T + (1 - c_B) / n_B. \quad (2.19)$$

За пределами турбулентной струи избыточная концентрация равна нулю, а на фронте пламени

$$\Delta C^{пл} = 1/n_B. \quad (2.20)$$

Теоретически и экспериментально доказано [55], что распределение избыточной концентрации в турбулентной струе аналогично распределению скорости:

$$\frac{\Delta C}{\Delta C_m} = (u/u_m)^{Sc_T}, \quad (2.21)$$

где ΔC_m – избыточная концентрация на оси струи, Sc_T – турбулентное число Шмидта, равное соотношению интенсивностей турбулентного переноса количества движения и массы. Подставив в (2.21) соотношения скоростей из (2.6), получим распределение избыточной концентрации в поперечном сечении диффузионного турбулентного факела:

$$\Delta C = \frac{\Delta C_m}{(1 + \eta^2)^2 S c_T} . \quad (2.22)$$

Можно полагать, что избыточная концентрация на оси основного участка струи уменьшается, так же как и скорость (2.7), обратно пропорционально расстоянию от полюса струи:

$$\Delta C_m = \frac{B}{x + x_0} .$$

Постоянную B найдем из условия, что в конце факела на расстоянии l_ϕ от горелки фронт пламени достигает оси струи (см. рис. 2.2), так что избыточная концентрация на оси струи в конце факела ΔC_m^ϕ становится равной избыточной концентрации на фронте пламени $\Delta C^{\text{пл}}$, определяемой равенством (2.20):

$$\Delta C_m^\phi = \frac{B}{l_\phi + x_0} = \frac{1}{n_B} .$$

В результате расчетная формула для избыточной концентрации на оси турбулентной струи примет вид:

$$\Delta C_m = \frac{l_\phi + x_0}{n_B (x + x_0)} . \quad (2.23)$$

Определив с помощью формул (2.22) и (2.23) избыточную концентрацию ΔC , можно по (2.19) найти концентрацию топлива в первой области диффузионного факела, положив концентрацию воздуха c_B равной нулю,

$$c'_T = \Delta C - 1/n_B , \quad (2.24)$$

и затем, приняв равной нулю концентрацию топлива c_T , определить концентрацию воздуха во второй области

$$c''_B = 1 - \Delta C \cdot n_B . \quad (2.25)$$

§ 2.5. Размеры диффузионного факела

Вывод уравнения для длины факела l_ϕ выполним, определив по распределению избыточной концентрации ΔC массовый расход воздуха G_B^ϕ через поперечное сечение струи в конце факела и сопоставив его затем с расходом воздуха G_B по уравнению (2.16).

Распределение концентрации воздуха в поперечном сечении струи в конце диффузионного факела получим, подставив в (2.25) выражение

для избыточной концентрации (2.22) и определив избыточную концентрацию ΔC_m^Φ на оси струи в конце факела по (2.20):

$$c_B^\Phi = 1 - \frac{\Delta C_m^\Phi n_B}{(1+\eta^2)^2 Sc_\tau} = 1 - \frac{1}{(1+\eta^2)^2 Sc_\tau}. \quad (2.26)$$

В конце факела остается лишь избыточный, не вступивший в горение, воздух. Его массовый расход через поперечное сечение струи найдем, полагая плотность среды ρ_Φ постоянной по сечению и заменив концентрацию воздуха c_B^Φ зависимостью (2.26):

$$G_B^{\text{изб}} = 2\pi\rho_\Phi \int_0^R c_B^\Phi ur \cdot dr = 2\pi\rho_\Phi \int_0^{\eta_{\text{ГР}}} \left[1 - \frac{1}{(1+\eta^2)^2 Sc_\tau} \right] \frac{u_m}{(1+\eta^2)^2} \left(\frac{l_\Phi + x_0}{7,9} \right)^2 \eta d\eta.$$

Приняв, как и ранее, безразмерную координату границы струи $\eta_{\text{ГР}}$ равной 1,667 и определив скорость на оси струи u_m по выражению (2.7), в результате интегрирования получим:

$$G_B^{\text{изб}} = \frac{6,84}{7,9^2} \pi \rho_\Phi u_0 d_0 (l_\Phi + x_0) \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_\Phi}} \left\{ 0,735 - \frac{1}{2Sc_\tau + 1} \left[1 - \frac{1}{(1+1,667^2)^2 Sc_\tau + 1} \right] \right\}.$$

Выражение в квадратных скобках слабо зависит от турбулентного числа Шмидта. Примем это число равным 0,75, что характерно для центральной части струи [55], и введем в правую часть равенства величину массового расхода газообразной среды в конце факела G^Φ , используя формулу (2.15):

$$G_B^{\text{изб}} = G^\Phi \left\{ 1 - \frac{1,31}{2Sc_\tau + 1} \right\}. \quad (2.27)$$

Далее перейдем от расхода избыточного при горении воздуха к полному массовому расходу воздуха, вовлеченного в движение струи на длине факела:

$$G_B^\Phi = G_0 n_B + G_B^{\text{изб}}. \quad (2.28)$$

Подставив в (2.28) выражение (2.27) для расхода избыточного воздуха, получим:

$$\frac{G_{\text{в}}^{\Phi}}{G_0} = \frac{n_{\text{в}} + 1}{1,31} (2\text{Sc}_{\text{T}} + 1) - 1. \quad (2.29)$$

Затем, приравняв правые части (2.29) и выражения (2.16) для массового расхода воздуха, вовлеченного в движение струи на длине факела, получим расчетную формулу для длины диффузионного турбулентного факела:

$$\frac{l_{\Phi}}{d_0} = 3,1 \left[\frac{n_{\text{в}} + 1}{1,31} (2\text{Sc}_{\text{T}} + 1) - 1 \right] \sqrt{\frac{\rho_0}{\langle \rho_{\Phi} \rangle}}. \quad (2.30)$$

Выражению (2.30) можно придать более простой вид, если ввести в него расстояние до полюса струи x_0 в соответствии с соотношением (2.11):

$$l_{\Phi} = x_0 \left[\left(\frac{n_{\text{в}} + 1}{1,31} (2\text{Sc}_{\text{T}} + 1) - 1 \right) \right]. \quad (2.31)$$

Чтобы учесть неизотермичность факела, в формулу (2.30) введена средняя плотность газообразной среды по длине факела $\langle \rho_{\Phi} \rangle$. Приняв расчетное значение турбулентного числа Шмидта $\text{Sc}_{\text{ст}} = 0,75$ и пренебрегая единицами в квадратных скобках формулы (2.30), можно дать упрощенную оценку длины диффузионного факела:

$$\frac{l_{\Phi}}{d_0} = 5,9 n_{\text{в}} \sqrt{\frac{\rho_0}{\langle \rho_{\Phi} \rangle}}$$

Согласно приближенной аналитической теории, длина диффузионного факела при сжигании природного газа, как правило, превышает величину $200d_0$. В то же время численные методы моделирования дают длину факела в тех же условиях, по крайней мере, в полтора раза меньше.

Такое различие результатов, возможно, объясняется тем, что турбулентная вязкость неизотермической среды не остается постоянной по длине факела. Согласно численному решению задачи, коэффициент в формуле (2.5), изменяется от 0,0015 в начале до 0,0025 в конце факела, что способствует лучшему "захвату" воздуха на основном участке турбулентной струи. Кроме того, предположение о том, что при тепловом расширении струи скорость газообразной среды остается неизменной, не нашло подтверждения при численном моделировании. Следо-

вательно, выражение (2.11) завышает расстояние x_0 до полюса струи и подлежит корректировке.

Положение фронта пламени можно определить, приняв во внимание, что формула (2.22) позволяет установить связь между избыточными концентрациями на оси струи ΔC_m и на фронте пламени $\Delta C_{пл}$:

$$\Delta C_{пл} = \frac{\Delta C_m}{(1 + \eta_{пл}^2)^{2Sc_T}}, \quad (2.32)$$

где $\eta_{пл}$ – безразмерная радиальная координата фронта пламени.

Избыточные концентрации в факеле определяются равенствами (2.23) на оси струи и (2.20) на фронте пламени. Подставив их в формулу (2.32), получим выражение для безразмерной радиальной координаты фронта пламени:

$$\eta_{пл} = \sqrt{\left(\frac{l_{\phi} + x_0}{x + x_0}\right)^2 \frac{1}{2Sc_T} - 1}. \quad (2.33)$$

После вычисления безразмерной координаты $\eta_{пл}$ не составит труда определить по формуле (2.8) расстояние $r_{пл}$ по радиусу от оси до фронта пламени в любом поперечном сечении основного участка турбулентной струи в пределах длины диффузионного факела:

$$r_{пл} = \frac{x + x_0}{7,9} \eta_{пл}. \quad (2.34)$$

§ 2.6. Расход несгоревшего топлива

Расход несгоревшего топлива G_T в поперечных сечениях диффузионного турбулентного факела определим по распределению концентрации топлива c_T , принимая плотность газообразной среды ρ в поперечном сечении постоянной:

$$G_T = 2\pi\rho \int_0^{r_{пл}} c_T' ur \cdot dr. \quad (2.35)$$

Для математических преобразований введем новые обозначения:

$$z \equiv 1 + \eta^2, \quad z_{пл} \equiv 1 + \eta_{пл}^2. \quad (2.36)$$

Тогда из (2.32) найдем, что

$$\Delta C_m = z_{пл}^{2Sc_T} / n_B.$$

В результате формула (2.22) преобразуется к следующему виду:

$$\Delta C = \frac{1}{n_B} \left(\frac{z_{\text{пл}}}{z} \right)^{2\text{Sc}_T}.$$

Теперь распределения концентрации топлива (2.24) и скорости (2.6) будут представлены следующим образом:

$$c'_T = \Delta C - \frac{1}{n_B} = \frac{1}{n_B} \left[\left(\frac{z_{\text{пл}}}{z} \right)^{2\text{Sc}_T} - 1 \right], \quad (2.37)$$

$$u = u_m / z^2. \quad (2.38)$$

С учетом (2.37) и (2.38) уравнение (2.35) примет следующий вид:

$$G_T = \frac{\pi \rho}{n_B} \left(\frac{x+x_0}{7,9} \right)^2 u_m \int_1^{z_{\text{пл}}} \left[\left(\frac{z_{\text{пл}}}{z} \right)^{2\text{Sc}_T} - 1 \right] \frac{dz}{z^2}. \quad (2.39)$$

Подставив выражение скорости на оси струи (2.7), поделим равенство (2.39) на массовый расход топлива через горелку (2.14) и выполним интегрирование:

$$\frac{G_T}{G_0} \approx 0,44 \frac{x+x_0}{n_B d_0} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} \left(\frac{z_{\text{пл}}^{2\text{Sc}_T}}{2\text{Sc}_T+1} + \frac{2\text{Sc}_T}{2\text{Sc}_T+1} \cdot \frac{1}{z_{\text{пл}}} - 1 \right).$$

Заменяя теперь комплекс величин, согласно равенству (2.11), расстоянием до полюса струи x_0 и перейдя к исходным переменным, получим расчетное уравнение для определения массового расхода несгоревшего топлива в поперечных сечениях диффузионного факела:

$$\frac{G_T}{G_0} = \frac{x+x_0}{n_B x_0} \left[\frac{1}{2\text{Sc}_T+1} \cdot \frac{l_{\phi}+x_0}{x+x_0} + \frac{2\text{Sc}_T}{2\text{Sc}_T+1} \left(\frac{x+x_0}{l_{\phi}+x_0} \right) \frac{1}{2\text{Sc}_T} - 1 \right]. \quad (2.40)$$

Согласно (2.40), вблизи горелки газообразное топливо сгорает интенсивно и массовый расход несгоревшего топлива G_T быстро уменьшается по длине факела, как показано на рис. 2.3. По мере возрастания расстояния x от выходного отверстия горелки диффузия компонентов горения по направлению к фронту пламени постепенно замедляется вследствие снижения концентрации топлива и кислорода в их смеси с продуктами сгорания, так что горение природного газа становится ме-

нее интенсивным. В последнем сечении диффузионного факела на расстоянии x от горелки, равном длине факела l_f , расход несгоревшего топлива становится равным нулю.

На рис. 2.3 сопоставлены результаты расчета интенсивности сгорания природного газа в диффузионном факеле по двум принципиально разным методикам: по численной модели (кривая 1) и по приближенной аналитической формуле (2.40), представленной кривой 2. Чтобы аналитические формулы лучше соответствовали результатам численного моделирования, расстояние x_0 до полюса струи, вычисленное по соотношению (2.11), дополнительно умножено на поправочный коэффициент 0,7. Изменение расстояния x_0 определяет коррекцию расчетной длины факела и расхода топлива в формулах (2.31) и (2.40).

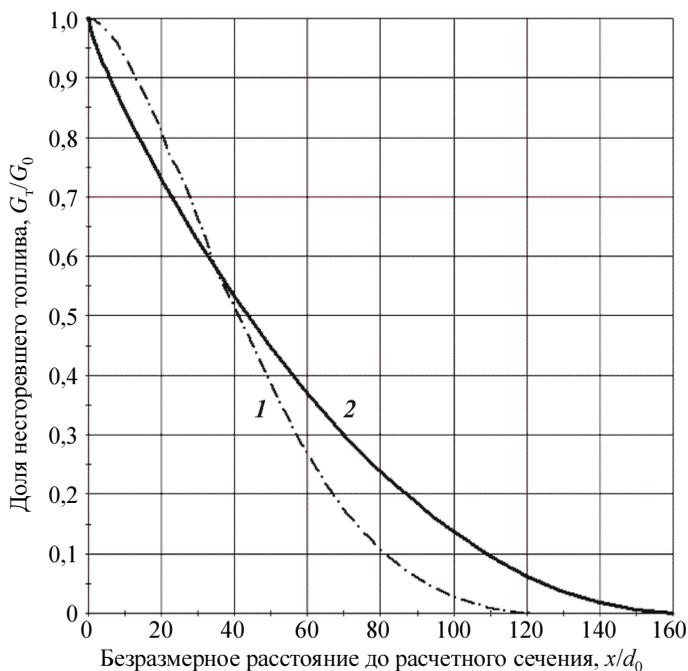


Рис. 2.3. Изменение массового расхода несгоревшего топлива по длине факела:

1 – по численной модели, 2 – по приближенной формуле (2.40)

Применяя уравнение (2.40) к неизотермическому диффузионному факелу, следует расстояние от полюса струи до начала координат x_0 и длину факела l_Φ определять по средней плотности $\langle \rho \rangle$ газообразной среды на расчетном участке факела в пределах границ турбулентной струи. Для ее вычисления разработан итерационный алгоритм, предусматривающий разделение факела по длине на достаточно малые участки, в пределах которых температура и плотность среды допустимо считать постоянными.

§ 2.7. Диффузионный факел в ограниченном пространстве

Сжигание газообразного топлива в диффузионном факеле в рабочем пространстве печи сопровождается более сложными тепломассообменными процессами, чем горение в свободном диффузионном факеле в неограниченном воздушном пространстве. Например, при обжиге цементного клинкера горение происходит в ограниченном пространстве между футеровкой печи и технологическим материалом. Кроме того, задавая коэффициент избытка воздуха α_v , ограничивают объем воздуха, подаваемого на горение. Поэтому в реальных промышленных условиях приближенная аналитическая модель может дать лишь грубую оценку параметров факела.

Прежде всего, во вращающейся печи необходимо выделить участок струйного течения и участок завершения горения (рис. 2.4). На струйном участке воздух, подаваемый в печь на горение, полностью вовлекается в движение струи.

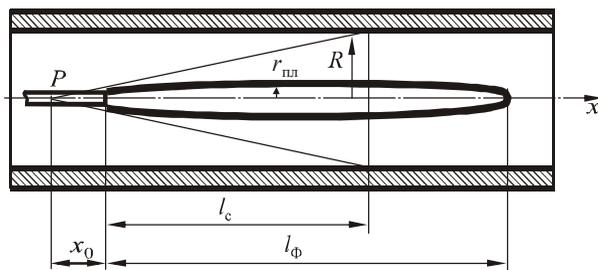


Рис. 2.4. Схема диффузионного факела во вращающейся печи:

x — ось координат; x_0 — расстояние до полюса P струи; l_c — длина струйного участка; l_Φ — длина факела; $r_{пл}$ — радиус фронта пламени; R — радиус струи

Массовый расход воздуха, подаваемого в печь и вовлекаемого в движение струи, определяется следующим равенством:

$$G_B^{\Pi} = \alpha_B n_B G_0. \quad (2.41)$$

При этом стехиометрическое массовое соотношение n_B воздуха и топлива в реакциях горения определяется по заданному объему воздуха V_B^0 , теоретически необходимого для сжигания 1 м³ топлива:

$$n_B = \rho_B V_B^0 / \rho_T, \quad (2.42)$$

где ρ_T и ρ_B – соответственно плотность топлива и горячего воздуха, подаваемых в печь.

Струйный участок имеет длину l_c и заканчивается в том поперечном сечении печи, где границы струи достигают футеровки (см. рис. 2.4). Для контроля условий образования факела целесообразно рассчитать по уравнению (2.16) длину участка "захвата", необходимую для вовлечения массы воздуха G_B^{Π} в движение неограниченной струи:

$$l_{\text{зах}} = \frac{G_B^{\Pi}}{G_0} \frac{d_0}{0,322} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}},$$

и сравнить ее с расстоянием x_c от горелки до поперечного сечения неограниченной струи, радиус которого по соотношению (2.9) равен половине внутреннего диаметра печи D_{Π} :

$$x_c = D_{\Pi}/0,422 - x_0.$$

Если имеет место неравенство $l_{\text{зах}} < x_c$, то воздух, подаваемый в печь "захватывается" струей раньше, чем границы струи достигнут футеровки, после чего струя продолжает вовлекать в свое движение окружающую газообразную среду, образуя рециркуляционное движение продуктов горения. В этом случае использование аналитической модели факела становится проблематичным.

На практике расходы топлива и воздуха, подаваемого на горение во вращающуюся печь обычно настолько велики, что обеспечивается выполнение неравенства $l_{\text{зах}} > x_c$. В этом случае воздух, поступающий в печь, образует спутный поток, несколько искривляющий границы турбулентной струи так, что как раз на длине l_c струйного участка завершается вовлечение воздуха в движение струи. Если пренебречь влиянием скорости спутного потока на закономерности развития тур-

булентной струи, то на участке струйного течения допустимо использовать расчетные формулы, полученные для диффузионного горения в неограниченном воздушном пространстве.

На участке завершения горения топливо сгорает при смешении с воздухом, вовлеченным в движение турбулентной струи ранее (на участке струйного течения). Учитывая, что основная часть топлива (около 80% природного газа) сгорает на участке струйного течения, можно полагать, что для расчета параметров факела на участке завершения горения допустим упрощенный подход.

§ 2.8. Температура диффузионного факела

Чтобы определить температуру газов в различных поперечных сечениях диффузионного факела, составим уравнение теплового баланса для струйного участка факела в пределах границ турбулентной струи:

$$G_0 H_0 + G_B H_B + Q_H^P (G_0 - G_T) = (G_0 + G_B) H_T + Q_{пл}. \quad (2.43)$$

где G_0 и G_B – массовые расходы соответственно топлива через горелку и воздуха, вовлеченного в движение струи на расчетном участке (от горелки до расчетного поперечного сечения факела), G_T – массовый расход несгоревшего топлива через расчетное сечение факела, H_0 и H_B – энтальпии соответственно топлива и воздуха, H_T – энтальпия газообразной среды, усредненная по сечению факела в пределах границ турбулентной струи, Q_H^P – низшая теплота сгорания топлива, $Q_{пл}$ – тепловой поток через поверхность факела в окружающую среду на расчетном участке длиной x .

В левой части уравнения (2.43) учитывается тепловая энергия, поступающая с топливом и воздухом, и теплота, выделяющаяся при горении топлива. В правой части этого уравнения учитываются расход тепловой энергии с газообразной средой (топливом, воздухом и продуктами горения) через расчетное сечение факела и теплоотдача факела.

Из (2.43) следует выражение для средней энтальпии в расчетном сечении диффузионного факела на участке струйного течения:

$$H_T = \left\{ G_0 H_0 + G_B H_B + Q_H^P (G_0 - G_T) - Q_{пл} \right\} / (G_0 + G_B). \quad (2.44)$$

Уравнение теплового баланса на участке завершения горения будет отличаться от уравнения (2.43) отсутствием слагаемого, учитывающего теплоту вовлекаемого воздуха и, конечно, условиями в начале второго

участка. В результате выражение для средней энтальпии газообразной среды в расчетном сечении диффузионного факела на участке завершения горения примет следующий вид:

$$H_{\Gamma} = H_c + \left\{ Q_{\text{н}}^{\text{п}} (G_{\Gamma}^{\text{с}} - G_{\Gamma}) - Q_{\text{л2}} \right\} / (G_o + G_{\text{в}}^{\text{п}}), \quad (2.45)$$

где $G_{\text{в}}^{\text{п}}$ – массовый расход воздуха, подаваемого в печь на горение; $G_{\Gamma}^{\text{с}}$ – массовый расход несгоревшего топлива в конце участка струйного течения факела; H_c – энтальпия газообразной среды, усредненная по сечению факела в конце струйного участка; $Q_{\text{л2}}$ – тепловой поток через поверхность факела в окружающую среду на расчетном участке длиной $(x - l_c)$.

Средняя температура ($^{\circ}\text{C}$) в расчетном поперечном сечении диффузионного факела может быть найдена по известной энтальпии газов H_{Γ} , удельной массовой теплоемкости газообразной среды при постоянном давлении c_{Γ} и теплоте диссоциации трехатомных газов $H_{\text{дис}}$:

$$t_{\Gamma} = (H_{\Gamma} - H_{\text{дис}}) / c_{\Gamma}. \quad (2.46)$$

Следует иметь в виду, что теплота диссоциации трехатомных газов $H_{\text{дис}}$ в аналитической модели имеет заниженное расчетное значение, так как определяется по средней, а не по локальной температуре.

Несмотря на это, формулы (2.44) – (2.46), позволяют проанализировать влияние различных факторов на среднюю по сечению факела температуру газообразной среды, от которой непосредственно зависит интенсивность радиационной теплоотдачи к футеровке печи и технологическому материалу.

§ 2.9. Алгоритм расчета параметров диффузионного факела

Чтобы учесть неизотермичность факела, предлагается вместо постоянной плотности изотермической струи ρ использовать в расчетных формулах плотность неизотермического факела $\langle \rho \rangle$, усредненную на участке от сопла горелки до расчетного поперечного сечения печи. В результате реальная неизотермическая струя в диффузионном факеле мысленно заменяется эквивалентной изотермической струей, имеющей ту же транспортирующую способность по воздуху.

Для вычисления средней плотности диффузионного факела $\langle \rho \rangle$ предлагается следующий итерационный алгоритм. Разделим факел по длине на достаточно малые участки, в пределах которых температуру и плотность среды можно считать постоянными. Например, удобно при-

нять длину такого участка Δx равной диаметру выходного отверстия горелки d_0 . В качестве расчетного примем поперечное сечение факела на выходе из какого-либо малого участка. Температура, состав и плотность газов на входе в этот участок известны как параметры в предыдущем поперечном сечении. Следовательно, по формуле (2.16) можно получить в первом приближении массу воздуха ΔG_B , присоединенного к турбулентной струе на очередном малом участке за единицу времени:

$$\frac{\Delta G_B}{G_0} = 0,322 \frac{\Delta x}{d_0} \sqrt{\frac{\rho_{cp}}{\rho_0}} . \quad (2.47)$$

где ρ_{cp} – средняя плотность газов на очередном малом участке.

Прибавим эту величину к массовому расходу воздуха G_B^* , вовлеченного в движение струи перед очередным малым участком, и найдем его массовый расход в расчетном сечении:

$$G_B = G_B^* + \Delta G_B . \quad (2.48)$$

Переходя последовательно от одного малого участка к другому, можно по формуле (2.48) найти суммарный массовый расход воздуха G_B , вовлеченного в неизотермическую турбулентную струю на всей длине x от горелки до расчетного сечения, а затем по (2.16) рассчитать среднюю плотность среды на расчетной длине участка факела:

$$\langle \rho \rangle = \rho_0 \left(3,1 \frac{d_0}{x} \frac{G_B}{G_0} \right)^2 . \quad (2.49)$$

Теперь, после ввода в расчетные формулы средней плотности $\langle \rho \rangle$, появляется возможность определить основные параметры неизотермического факела: расстояние от горелки до полюса струи x_0 по формуле (2.11), расчетную длину факела l_ϕ по (2.31), массовый расход несгоревшего топлива по (2.40), энтальпию и температуру факела в расчетном сечении по (2.44) – (2.46). Затем вычисляется плотность газовой среды ρ в расчетном сечении струи на расстоянии x от горелки и уточняется средняя плотность среды на расчетном малом участке по ее значениям ρ_* и ρ соответственно в предыдущем и расчетном поперечных сечениях:

$$\rho_{cp} = (\rho_* + \rho) / 2 . \quad (2.50)$$

Плотность среды $\langle \rho \rangle$ на расчетном участке и температуру среды в расчетном сечении уточняют посредством итераций, пока не будет

достигнута заданная точность вычисления средней плотности газообразной среды $\rho_{\text{ср}}$ на расчетном малом участке. После этого увеличивают координату x на длину Δx очередного малого участка и рассчитывают итерационным методом параметры диффузионного факела в следующем расчетном сечении на участке струйного течения.

На участке догорания топлива не требуется рассчитывать среднюю плотность $\langle \rho \rangle$. Здесь достаточно при определении расхода топлива по уравнению (2.40) принять в качестве расчетных значения x_0 и $l_{\text{ф}}$ в конце струйного участка. Стоит отметить, что длина факела $l_{\text{ф}}$ в формулах (2.23), (2.33) и (2.40) является лишь вспомогательным расчетным параметром и в разных поперечных сечениях факела имеет неодинаковые значения.

§ 2.10. Состав, плотность и теплоемкость газообразной среды

Будем считать, что газообразная среда в диффузионном факеле содержит три укрупненных компонента: топливо, воздух и продукты горения стехиометрического состава. Объемные расходы этих компонентов, приведенные к нормальным условиям, соответствуют их массовым расходам в каждом поперечном сечении факела:

$$V_{\text{т}}^{\Phi} = G_{\text{т}} / \rho_{\text{т}}^{\circ}, \quad (2.51)$$

$$V_{\text{в}}^{\Phi} = (G_{\text{в}} - (G_{\text{о}} - G_{\text{т}})n_{\text{в}}) / \rho_{\text{в}}^{\circ}, \quad (2.52)$$

$$V_{\text{пр}}^{\Phi} = (G_{\text{о}} - G_{\text{т}})(1 + n_{\text{в}}) / \rho_{\text{пр}}^{\circ}, \quad (2.53)$$

где $\rho_{\text{т}}^{\circ}$, $\rho_{\text{в}}^{\circ}$ и $\rho_{\text{пр}}^{\circ}$ – плотности при нормальных условиях соответственно топлива, воздуха и продуктов горения стехиометрического состава.

В формулах (2.51) – (2.53) массовый расход топлива через горелку $G_{\text{о}}$ задан, массовый расход несгоревшего топлива $G_{\text{т}}$ по длине факела рассчитывается по уравнению (2.40). Массовый расход воздуха $G_{\text{в}}$, вовлеченного в турбулентную струю, определяется на струйном участке выражением (2.16), а на участке завершения горения принимается равным массовому расходу горячего воздуха $G_{\text{в}}^{\text{н}}$, подаваемого в печь. Разность $(G_{\text{о}} - G_{\text{т}})$ равна массе топлива, сгоревшего на расчетном участке факела за единицу времени.

Вычислив объемный расход газообразной среды через расчетное сечение факела,

$$V_{\text{г}}^{\Phi} = V_{\text{т}}^{\Phi} + V_{\text{в}}^{\Phi} + V_{\text{пр}}^{\Phi}, \quad (2.54)$$

найдем объемные доли топлива, воздуха и продуктов горения:

$$p_T = V_T^\Phi / V_\Gamma^\Phi, \quad p_B = V_B^\Phi / V_\Gamma^\Phi, \quad p_{\text{пр}} = V_{\text{пр}}^\Phi / V_\Gamma^\Phi.$$

По вычисленному составу определяется плотность газообразной среды в расчетном сечении факела при нормальных условиях,

$$\rho_\Gamma^0 = \rho_T^0 p_T + \rho_B^0 p_B + \rho_{\text{пр}}^0 p_{\text{пр}}, \quad (2.55)$$

и при средней температуре газов T (К) в расчетном сечении:

$$\rho_\Gamma = \rho_\Gamma^0 \cdot 273/T.$$

Аналогично определяется массовая теплоемкость газообразной среды в расчетном сечении факела:

$$c_\Gamma = c_p^T p_T + c_p^B p_B + c_p^{\text{пр}} p_{\text{пр}}, \quad (2.56)$$

где c_p^T , c_p^B , $c_p^{\text{пр}}$ – массовая теплоемкость при постоянном давлении соответственно топлива, воздуха и продуктов горения.

Чтобы воспользоваться формулами (2.55) и (2.56) необходимо предварительно вычислить плотность $\rho_{\text{пр}}^0$ и теплоемкость $c_p^{\text{пр}}$ продуктов горения стехиометрического состава.

Стехиометрический состав находится по заданным объемам углекислого газа $V_{\text{CO}_2}^0$, водяного пара $V_{\text{H}_2\text{O}}^0$ и азота $V_{\text{N}_2}^0$ в продуктах горения природного газа, составляющих в сумме объем газообразных продуктов горения одного кубометра природного газа:

$$V_{\text{пр}}^0 = V_{\text{CO}_2}^0 + V_{\text{H}_2\text{O}}^0 + V_{\text{N}_2}^0. \quad (2.57)$$

Объемные доли углекислого газа, водяного пара и азота в продуктах горения стехиометрического состава определяются соотношениями:

$$p_{\text{CO}_2}^0 = V_{\text{CO}_2}^0 / V_{\text{пр}}^0, \quad p_{\text{H}_2\text{O}}^0 = V_{\text{H}_2\text{O}}^0 / V_{\text{пр}}^0, \quad p_{\text{N}_2}^0 = V_{\text{N}_2}^0 / V_{\text{пр}}^0,$$

а плотность при нормальных условиях и массовая теплоемкость этих продуктов горения приобретают следующие усредненные значения:

$$\rho_{\text{пр}}^0 = \rho_{\text{CO}_2}^0 p_{\text{CO}_2}^0 + \rho_{\text{H}_2\text{O}}^0 p_{\text{H}_2\text{O}}^0 + \rho_{\text{N}_2}^0 p_{\text{N}_2}^0, \quad (2.58)$$

$$c_p^{\text{пр}} = (c_{\text{CO}_2} p_{\text{CO}_2}^0 + c_{\text{H}_2\text{O}} p_{\text{H}_2\text{O}}^0 + c_{\text{N}_2} p_{\text{N}_2}^0) / \rho_{\text{пр}}^0, \quad (2.59)$$

где $\rho_{\text{CO}_2}^0$, $\rho_{\text{H}_2\text{O}}^0$, $\rho_{\text{N}_2}^0$ – плотности углекислого газа, водяного пара и азота при нормальных условиях, c_{CO_2} , $c_{\text{H}_2\text{O}}$, c_{N_2} – объемные теплоемкости при постоянном давлении углекислого газа, водяного пара и азота.

§ 2.11. Радиационная теплоотдача диффузионного факела

Чтобы учесть изменение температуры газообразной среды вдоль печи, необходимо вычислять на каждом малом участке по длине факела локальные результирующие потоки излучения $\Delta Q_{\text{л}}$. Общий результирующий поток излучения $Q_{\text{л}}$ через боковую поверхность диффузионного факела F_x от горелки до расчетного поперечного сечения с координатой x можно найти, последовательно прибавляя к его величине $Q_{\text{л}}^*$ в предыдущем расчетном сечении приращение потока результирующего излучения $\Delta Q_{\text{л}}$ на очередном малом участке Δx :

$$Q_{\text{л}} = Q_{\text{л}}^* + \Delta Q_{\text{л}}. \quad (2.60)$$

Результирующий поток излучения от малого участка диффузионного факела к стенам печи определяется приближенно по формуле теплообмена между газообразной средой и твердой поверхностью [57]:

$$\Delta Q_{\text{л}} \approx \varepsilon_{\text{пр}} \sigma \left(\frac{\varepsilon_{\text{г}}}{A_{\text{г}}} T_{\text{г}}^4 - T_{\text{ст}}^4 \right) \Delta F_{\text{ф}}, \quad (2.61)$$

где $\varepsilon_{\text{пр}}$ – приведенная степень черноты, σ – постоянная Стефана–Больцмана; $\varepsilon_{\text{г}}$, $A_{\text{г}}$, $T_{\text{г}}$ – соответственно степень черноты, поглощательная способность и средняя термодинамическая температура газообразной среды на очередном малом участке диффузионного факела; $T_{\text{ст}}$ – температура внутренней поверхности стен печи (К); $\Delta F_{\text{ф}}$ – расчетная поверхность диффузионного факела на очередном малом участке длиной Δx ,

$$\Delta F_{\text{ф}} = 2\pi R \Delta x.$$

Здесь R – радиус турбулентной струи, определяемый по соотношению (2.9) на участке струйного течения; на участке завершения горения радиус R принимается равным половине внутреннего диаметра печи.

Степень черноты $\varepsilon_{\text{г}}$ и поглощательную способность $A_{\text{г}}$ газообразной среды рассчитывают по ее составу в расчетном сечении, для чего сначала вычисляют объемные доли углекислого газа, водяного пара и трехатомных газов расчетном сечении:

$$p_{\text{CO}_2} = p_{\text{CO}_2}^{\circ} p_{\text{пг}}.$$

$$p_{\text{H}_2\text{O}} = p_{\text{H}_2\text{O}}^{\circ} p_{\text{пг}},$$

$$p_{\Sigma} = p_{\text{CO}_2} + p_{\text{H}_2\text{O}}.$$

Далее находят эффективную толщину излучающего слоя на малом участке диффузионного факела

$$l_{\text{эф}} \approx 1,8R \quad (2.62)$$

и коэффициенты поглощения k' и k'' по формуле:

$$k = p_{\Sigma} \left(\frac{0,78 + 1,6 p_{\text{H}_2\text{O}}}{\sqrt{p_{\Sigma} l_{\text{эф}}}} - 0,1 \right) \left(1 - 0,37 \cdot 10^{-3} T \right), \quad (2.63)$$

причем k' рассчитывают по средней термодинамической температуре газообразной среды на очередном малом участке T_f (К), а k'' – по температуре внутренней поверхности стенки печи $T_{\text{ст}}$ (К).

Степень черноты ε_r и поглощательную способность A_r вычисляют в приближении изотермической газообразной среды:

$$\varepsilon_r = 1 - \exp(-k' l_{\text{эф}}), \quad A_r = 1 - \exp(-k'' l_{\text{эф}}). \quad (2.64)$$

Приведенная степень черноты в уравнении (2.61) определяется следующим выражением:

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \left[\frac{1}{A_r} + \left(\frac{1}{\varepsilon_{\text{ст}}} - 1 \right) \frac{2R}{D_{\text{ст}}} \right]^{-1}, \quad (2.65)$$

где $\varepsilon_{\text{ст}}$ – степень черноты внутренней поверхности стенки печи, приближенно равная 0,7...0,8, $D_{\text{ст}}$ – внутренний диаметр печи.

§ 2.12. Преимущества и недостатки аналитической модели

Основным преимуществом аналитической модели является возможность наглядно оценивать с ее помощью влияние различных факторов на горение и теплообмен в промышленной печи.

Например, из расчетной формулы (2.30) следует, что при горении природного газа длина диффузионного факела зависит от диаметра топливного сопла и средней плотности газообразной среды в факеле. Хотя скорость истечения топлива u_0 в явном виде не входит в уравнение, но от ее величины зависит расчетный диаметр топливного сопла d_0 . Следовательно, если поддерживать постоянным расход газового топлива G_0 через горелку, то с увеличением скорости истечения топлива u_0 факел укорачивается и, наоборот, при снижении скорости истечения u_0 удлиняется. Известно, что эта закономерность используется на практике для управления режимами тепловой работы вращающихся

печей, для чего в конструкции горелок предусматривают возможность изменения площади топливных сопел.

Если же скорость истечения топлива изменяется за счет расхода топлива G_0 , то диаметр топливного сопла d_0 остается постоянным, и скорость истечения топлива u_0 непосредственно не влияет на длину диффузионного факела. В этом случае снижение температуры горения приводит к повышению плотности среды $\langle \rho \rangle$ и некоторому уменьшению длины диффузионного факела. Наоборот, повышение температуры горения удлиняет диффузионный факел.

Температура горения определяет интенсивность радиационной теплоотдачи к футеровке печи и технологическому материалу. От ее стабильности зависит образование и сохранение защитной клинкерной обмазки, обеспечивающей повышение стойкости футеровки вращающихся печей. Теоретические уравнения позволяют проанализировать влияние различных факторов на среднюю по сечению факела температуру газообразной среды, от которой непосредственно зависит интенсивность радиационной теплоотдачи факела.

Как правило, расчет по упрощенной аналитической модели показывает, что температурная кривая имеет два максимума (рис. 2.5). После достижения первого максимума происходит небольшое снижение средней температуры в конце струйного участка при смешении продуктов горения с воздухом, вовлеченным в турбулентную струю. На участке завершения горения средняя температура газообразной среды достигает второго максимального значения и затем постепенно снижается из-за теплоотдачи к стенкам печи и технологическому материалу. В реальных условиях теплообмена в печи температурная кривая на стыке двух участков диффузионного факела сглаживается из-за влияния продольного переноса энергии излучением. Но тенденция к повторному повышению температуры на участке завершения горения сохраняется, что способствует поддержанию высокой температуры диффузионного факела практически на всей его длине и благоприятно сказывается на тепловой работе вращающейся печи.

Таким образом, аналитическая модель дает возможность построить физически обоснованный и достаточно надежный инженерный метод расчета температуры и радиационной теплоотдачи диффузионного факела во вращающихся печах в тех случаях, когда не требуется принимать во внимание особые условия, вызывающие удлинение или укорочение факела. В частности, упрощенная аналитическая модель диффузионно-

го факела не рассматривает настильность факела, влияние выталкивающей силы или возможную закрутку потока.

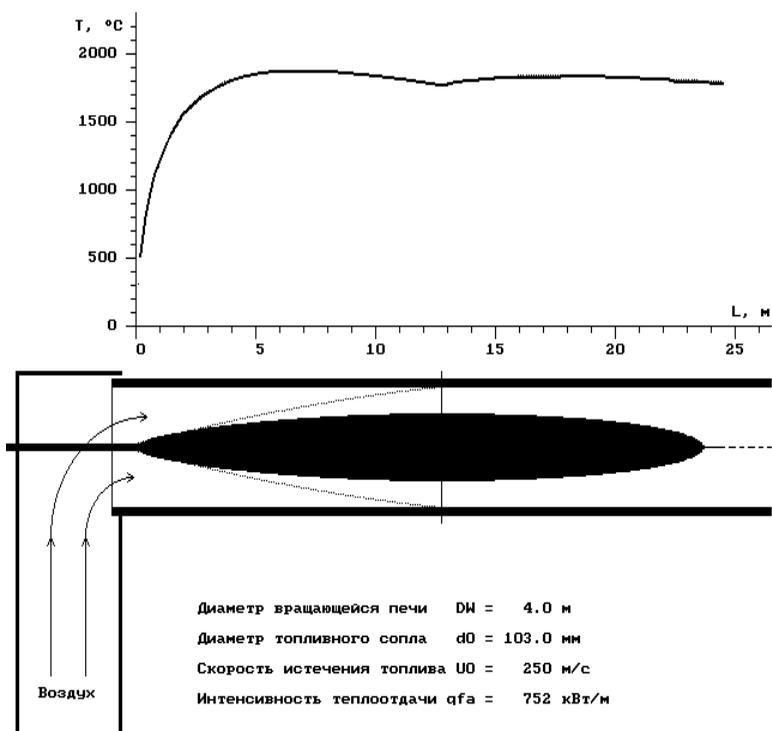


Рис. 2.5. Пример изменения средней температуры диффузионного факела по длине вращающейся печи

В настоящее время интенсивно развиваются численные методы математического моделирования. Аналитические модели уступают им по точности и объему информации о процессах горения и теплообмена в промышленных печах и могут претендовать лишь на вспомогательную роль в анализе сложных теплотехнологических процессов.

Глава 3. ЧИСЛЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ В ДИФFUЗИОННОМ ФАКЕЛЕ

§ 3.1. Теоретические математические модели

Теплотехнологические процессы, происходящие в рабочем пространстве промышленных печей, обычно настолько сложны, что не доступны для инженерного расчета с помощью обычных математических формул. Здесь на помощь специалистам приходит численное математическое моделирование. Оказывается, что изучение процессов в сплошной среде можно заменить исследованием основных закономерностей их протекания на математических моделях.

Математическая модель процессов в сплошной среде естественным образом состоит из дифференциальных уравнений, в которых неизвестные функции (температура, давление, скорость, концентрация веществ и другие) находятся под знаком дифференциала. Встречаются процессы, которые описываются более сложными интегральными уравнениями, в которых искомая функция входит под знак интеграла. Система дифференциальных уравнений обязательно дополняется математическими зависимостями, определяющими граничные условия и физические свойства сплошной среды.

Такого рода теоретические математические модели называют детерминированными, так как составляющие их уравнения однозначно определяют параметры процессов, не учитывая в явном виде влияния случайных факторов. В то же время строгое описание физических процессов дифференциальными уравнениями придает теоретической модели глубокую содержательность и универсальность.

Для расчетного анализа столь сложных процессов, как горение, требуется одновременное решение уравнений движения газообразной среды, турбулентного массопереноса, радиационного и конвективного теплообмена. В математическую модель необходимо включить, прежде всего, дифференциальные уравнения массопереноса и движения газообразной среды. Радиационно-конвективный теплообмен при горении газового топлива рассматривается отдельно в гл. 4.

Чтобы теоретические математические модели в наибольшей мере соответствовали процессам во вращающихся печах, дифференциальные уравнения целесообразно записывать в цилиндрической системе координат (x, r, φ) . Ось x направлена здесь по длине печи, ось r – по ее радиусу и φ – по окружности (рис. 3.1).

Определенную проблему представляет адаптация к цилиндрической системе координат границ области, занимаемой обжигаемым материалом во вращающихся печах. Плоская поверхность слоя технологического материала пересекает цилиндрические поверхности системы координат под косыми углами, что чрезмерно усложняет математическую формулировку задачи.

Для решения проблемы предлагается в математической модели заменить слой технологического материала, имеющий форму сегмента, набором дугообразных прослоек, как показано на рис. 3.1. Подбирая размеры и число прослоек материала с учетом того, что поверхность слоя в печи не является идеально ровной, можно приблизиться к реальным размерам сегмента, занимаемого технологическим материалом. В итоге форма слоя материала в математической модели с приемлемой точностью вписывается в цилиндрическую систему координат.

С помощью математических моделей на современных персональных компьютерах выполняется численный эксперимент, который в настоящее время становится одним из основных методов научных исследований сложных теплотехнологических процессов.

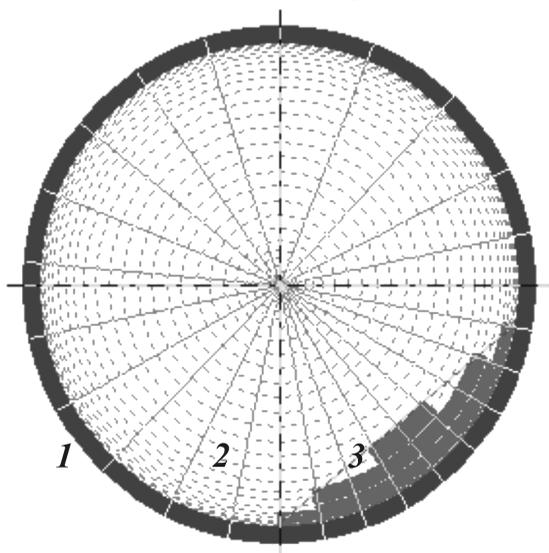


Рис. 3.1. Поперечное сечение печи в цилиндрических координатах:
1 – футеровка печи, 2 – сетка в цилиндрических координатах,
3 – графическая модель слоя технологического материала

§ 3.2. Законы сохранения и уравнения переноса

В основе математического описания массообменных и тепловых процессов в сплошной среде лежат фундаментальные законы сохранения массы, количества вещества, количества движения и энергии. С помощью закона сохранения определяют неизвестную функцию Φ , характеризующую поле одной из физических величин, например скорости, концентрации, энтальпии, в зависимости от времени τ и цилиндрических координат x, r, φ .

Обозначим вектор плотности потока сохраняемой величины (количество вещества или движения) символом \mathbf{J} . Тогда закон сохранения в обобщенном виде применительно к элементарному объему примет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho \Phi}{\partial \tau} + \operatorname{div} \mathbf{J}_k + \operatorname{div} \mathbf{J}_d = S_0, \quad (3.1)$$

где ρ – плотность; div – символ математической операции дивергенции; индексы обозначают способы переноса сохраняемой величины: "к" – конвекцией, "д" – диффузией.

Первый член этого уравнения учитывает нестационарность процесса и по физическому смыслу равен количеству сохраняемой величины, накопленной в единице объема за единицу времени. Дивергенция вектора плотности потока \mathbf{J} в левой части уравнения является приведенной к единице объема разностью между количествами сохраняемой величины, вышедшей из элементарного объема и вошедшей в него за единицу времени. В правой части уравнения S_0 является источником сохраняемой физической величины в единице объема за единицу времени.

Дивергенция вектора плотности потока \mathbf{J} в цилиндрической системе координат равна сумме частных производных от его проекций J_x, J_r, J_φ на соответствующие координатные оси с поправкой на изменение радиуса:

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r J_r}{\partial r} + \frac{\partial J_\varphi}{r \partial \varphi}. \quad (3.2)$$

Перенос конвекцией осуществляется объемами сплошной среды, движущимися со скоростью \mathbf{v} , и определяется согласно уравнению:

$$\mathbf{J}_k = \rho \mathbf{v} \Phi, \quad (3.3)$$

в то время, как математическое описание переноса диффузионного типа обычно имеет градиентную форму, например:

$$\mathbf{J}_d = -\rho D \cdot \text{grad}\Phi, \quad (3.4)$$

где D_Φ – коэффициент совместного молекулярного и турбулентного переноса (диффузии) для функции Φ .

Подставляя в уравнение (3.1) определение дивергенции (3.2), а затем и формулы (3.3) и (3.4), получают дифференциальное уравнение переноса для функции Φ :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho \Phi}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u \Phi}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v \Phi}{\partial r} + \frac{\partial \rho w \Phi}{r \partial \varphi} - \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho D_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\rho D_\Phi \frac{\partial \Phi}{r \partial \varphi} \right) = S_o. \end{aligned} \quad (3.5)$$

где u , v , w – соответственно продольная, радиальная и окружная компоненты скорости, направленные по осям x , r и φ соответственно.

Первый член уравнения (3.5), учитывающий зависимость процесса от времени, обычно называют нестационарным; следующие три члена уравнения, описывающие перенос конвекцией, – конвективными; последние три члена левой части уравнения, учитывающие перенос путем хаотического молекулярного и турбулентного движения, называют диффузионными, и наконец, член в правой части уравнения – источником.

Для получения решения дифференциального уравнения в конкретной задаче необходимо сформулировать условия однозначности: задать форму и размеры расчетной области, определить физические свойства среды, сформулировать начальные и граничные условия, то есть задать начальное состояние нестационарного процесса и определить значения искомой функции на границах расчетной области. Для каждого дифференциального уравнения в частных производных задают граничные условия во всех точках поверхности, ограничивающей расчетный объем.

Чаще всего используют граничные условия трех видов – первого, второго и третьего рода. Формулировка граничных условий первого рода самая простая – достаточно задать известные значения $\Phi_{\text{гр}}$ искомой функции во всех точках границы. Формулируя граничные условия второго рода, задают значения производной искомой функции Φ по нормали к границе. Граничные условия третьего рода имеют вид зави-

симости производной искомой функции по нормали к границе от ее неизвестного значения в той же точке границы.

§ 3.3. Дискретные аналоги дифференциальных уравнений

Координаты x , r , φ в дифференциальных уравнениях изменяются непрерывно, принимая бесконечное число значений. Но так как вычислительные возможности компьютеров ограничены, то область непрерывных координат заменяют дискретным конечным множеством узловых точек сетки, в которых и находят значения искомой функции.

Сетка может быть образована линиями, параллельными осям координат (рис. 3.2). Линии, параллельные оси r , распределены вдоль оси x , пронумерованы, и их номера обозначены символом i . Линии, параллельные оси x , распределены вдоль оси r , и их номера обозначены символом j . Точки, в которых линии сетки пересекаются, называются узловыми, нумеруются каждая тремя цифрами или, например, символами (i, j, k) . Линии сетки в поперечном сечении вращающейся печи направлены радиально и по концентрическим окружностям (см. рис. 3.1). Чтобы расположить узловые точки плотнее на участках с наибольшим изменением параметров процесса и повысить точность его моделирования, применяют неравномерную сетку.

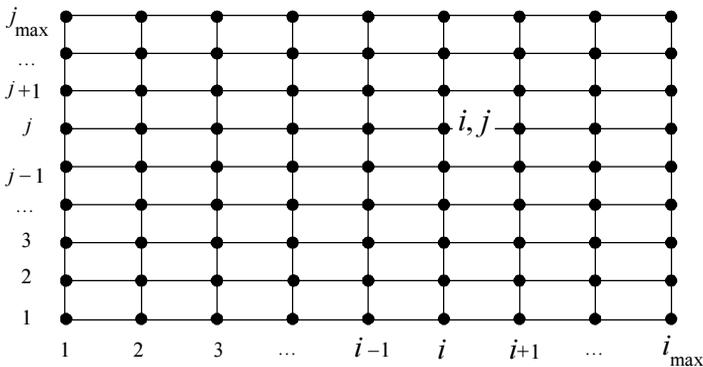


Рис. 3.2. Равномерная прямоугольная сетка в плоскости осей координат x, r

Алгебраические уравнения, связывающие значения функции в узлах сетки, называются дискретными, а переход от дифференциальных

уравнений, дающих строгое математическое описание задачи, к их приближенным дискретным алгебраическим аналогам называют дискретизацией дифференциальных уравнений.

Переход к алгебраическим уравнениям должен осуществляться так, чтобы сохранилось физическое содержание дифференциального уравнения. Сеточные функции, вычисляемые по дискретным алгебраическим аналогам, должны обеспечивать выполнение законов сохранения и переноса. Имеется несколько методов дискретизации дифференциального уравнения [25, 60].

Метод конечных разностей устанавливает приближенные дискретные выражения для производной в точке $x = x_0$ через центральные разности с помощью значений Φ_1 и Φ_2 функции в соседних близлежащих точках (рис. 3.3):

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_0 \approx \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2\Delta x} + O(\Delta x^2). \quad (3.6)$$

Здесь второе слагаемое в правой части равенства дает оценку погрешности аппроксимации. Символ $O(\Delta x^2)$ обозначает ограниченную величину, которая при измельчении сетки уменьшается примерно так же, как квадрат шага сетки.

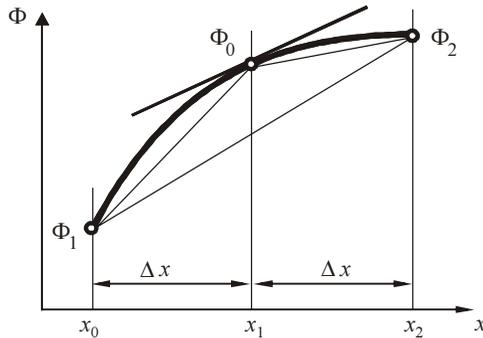


Рис. 3.3. Схема аппроксимации производной конечными разностями

С геометрической точки зрения первая производная (3.6) может рассматриваться как тангенс угла наклона к оси x касательной, проведенной на графике функции $\Phi(x)$ (см. рис. 3.3). При аппроксимации производной угол наклона касательной заменяется углом наклона одной из хорд. Хорда, соединяющая значения Φ_1 и Φ_2 функции, заметно ближе по углу

наклона к касательной, чем другие две хорды, соответствующие одно-сторонним разностям. Следовательно, центральные разности дают более точную аппроксимацию производной, чем односторонние.

Метод конечных объемов наилучшим образом обеспечивает выполнение законов сохранения при переходе к дискретному алгебраическому аналогу дифференциального уравнения. Расчетная область при этом разбивается на малые непересекающиеся контрольные объемы, каждый из которых содержит один узел сетки.

На рис. 3.4 показан контрольный объем с узловой точкой P (Pole) и соседние контрольные объемы с узловыми точками W, E (West, East), S, N (South, North) и B, T (Bottom, Top), расположенными соответственно по осям x, r и φ . Грани расчетного контрольного объема, отмеченные символами w, e, s, n, b и t , совпадают с гранями соседних контрольных объемов.

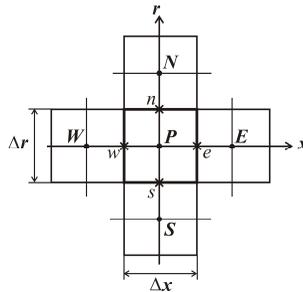


Рис. 3.4. Контрольные объемы для дискретных уравнений

Переход к дискретному уравнению выполняется интегрированием дифференциального уравнения (3.5) по контрольному объему и по расчетному интервалу времени Δt с использованием приближенного выражения (3.6) для первой производной. В результате получают алгебраическое уравнение, связывающее сеточную функцию Φ_p в расчетном узле сетки P с ее значениями в соседних узлах сетки, обозначенными соответствующими индексами:

$$\frac{\rho_p \Phi_p - \rho_p^0 \Phi_p^0}{\Delta t} + \frac{\rho_e u_e \Phi_e}{\Delta x_p} - \frac{\rho_w u_w \Phi_w}{\Delta x_p} + \frac{r_n \rho_n v_n \Phi_n}{r_p \Delta r_p} - \frac{r_s \rho_s v_s \Phi_s}{r_p \Delta r_p} + \frac{\rho_t v_t \Phi_t}{r_p \Delta \varphi_p} - \frac{\rho_b v_b \Phi_b}{r_p \Delta \varphi_p} =$$

$$\begin{aligned}
&= \rho_e D_e \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta x_e \Delta x_p} - \rho_w D_w \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta x_w \Delta x_p} + r_n \rho_n D_n \frac{\Phi_N - \Phi_P}{r_p \Delta r_n \Delta r_p} - \\
&- r_s \rho_s D_s \frac{\Phi_P - \Phi_S}{r_p \Delta r_s \Delta r_p} + \rho_t D_t \frac{\Phi_T - \Phi_P}{r_p^2 \Delta \varphi_t \Delta \varphi_p} - \rho_b D_b \frac{\Phi_P - \Phi_B}{r_p^2 \Delta \varphi_b \Delta \varphi_p} + S_{op}. \quad (3.7)
\end{aligned}$$

Здесь физические величины с верхними индексами (ρ_p^0 и Φ_p^0) соответствуют началу, а величины без верхних индексов – концу расчетного интервала времени Δt . Приращения координат Δx , Δr , $\Delta \varphi$ отмечены индексами, соответствующими лежащим внутри них узлам, что позволяет применять для вычислений неравномерную сетку.

В результате интегрирования конвективных членов дифференциального уравнения в левую часть полученного равенства вошли значения искомой функции Φ_w , Φ_e , Φ_s , Φ_n , Φ_b , Φ_t в точках, лежащих на гранях контрольных объемов. В зависимости от того, как устанавливается их связь с величинами в расчетных узлах сетки, получаются разные схемы дискретных уравнений.

§ 3.4. Основные правила построения дискретных уравнений

Разностная схема должна обладать свойством сходимости, то есть решение соответствующей ей системы дискретных уравнений должно приближаться к точному решению дифференциального уравнения в частных производных, по мере того как размеры ячеек сетки приближаются к нулю.

Необходимым условием сходимости является согласованность схемы, то есть правильная аппроксимация всех членов дифференциального уравнения: в пределе, когда размеры ячеек сетки стремятся к нулю, алгебраические уравнения становятся эквивалентными дифференциальному уравнению в каждом узле сетки.

Вторым необходимым условием сходимости является устойчивость схемы, при выполнении которого случайные малые ошибки, вносимые в задачу на любом ее этапе, постепенно уменьшаются ("затухают"). Свойство устойчивости проявляется в слабой зависимости численного решения задачи от каких-либо малых изменений ее начальных и граничных условий или коэффициентов в дискретных уравнениях, а также от ошибок округления.

При решении задачи по неустойчивой схеме обычно не достигают результата расчета или получают физически неправдоподобные результаты, так что использование неустойчивых схем в математическом моделировании недопустимо.

Дискретное уравнение (3.7) обычно записывают в следующем обобщенном виде:

$$a_P \Phi_P = a_W \Phi_W + a_E \Phi_E + a_S \Phi_S + a_N \Phi_N + a_B \Phi_B + a_T \Phi_T + d_P, \quad (3.8)$$

где $\Phi_P, \Phi_W, \Phi_E, \Phi_S, \Phi_N, \Phi_B, \Phi_T$ – значения искомой функции в расчетном P и соседних узлах сетки, $a_P, a_W, a_E, a_S, a_N, a_B, a_T$ – коэффициенты и d_P – свободный ("источниковый") член уравнения.

Для достижения устойчивости разностной схемы коэффициенты дискретного алгебраического уравнения (3.8) должны обладать следующими важными свойствами:

1) все коэффициенты $a_P, a_W, a_E, a_S, a_N, a_B, a_T$ дискретного уравнения должны быть положительными;

2) абсолютное значение коэффициента a_P в расчетном узле сетки должно быть больше или равно сумме абсолютных значений коэффициентов в соседних узловых точках:

$$|a_P| \geq |a_W| + |a_E| + |a_S| + |a_N| + |a_B| + |a_T|. \quad (3.9)$$

Если из коэффициентов дискретных уравнений составить матрицу, то коэффициенты при искомой функции a_P расположатся на ее главной диагонали. Поэтому говорят, что неравенство (3.9) соответствует диагональному преобладанию в матрице коэффициентов. Оно должно выполняться хотя бы в одном узле сетке, чему способствует корректная формулировка граничных условий.

Оказалось, что от способа преобразования конвективных членов дискретного уравнения (3.7) зависит устойчивость получаемой разностной схемы. Схему с центральными разностями получают, представляя функцию Φ на гранях контрольных объемов в виде среднеарифметических выражений от ее значений в соседних узлах сетки. В этом случае коэффициенты в дискретном уравнении (3.8) принимают следующий вид:

$$a_W = \frac{\rho_w D_w}{\Delta x_w \Delta x_P} + \frac{\rho_w u_w}{2 \Delta x_P}, \quad a_E = \frac{\rho_e D_e}{\Delta x_e \Delta x_P} - \frac{\rho_e u_e}{2 \Delta x_P},$$

$$\begin{aligned}
a_S &= \frac{r_s \rho_s D_s}{r_p \Delta r_s \Delta r_p} + \frac{r_s \rho_s v_s}{2r_p \Delta r_p}, & a_N &= \frac{r_n \rho_n D_n}{r_p \Delta r_n \Delta r_p} - \frac{r_n \rho_n v_n}{2r_p \Delta r_p}, \\
a_B &= \frac{\rho_b D_b}{r_p^2 \Delta \varphi_b \Delta \varphi_p} + \frac{\rho_b w_b}{2r_p \Delta \varphi_p}, & a_T &= \frac{\rho_t D_t}{r_p^2 \Delta \varphi_t \Delta \varphi_p} - \frac{\rho_t w_t}{2r_p \Delta \varphi_p}, \\
a_P &= a_W + a_E + a_S + a_N + a_B + a_T + \frac{\rho_P}{\Delta \tau}, & d_P &= \frac{\rho_P^0}{\Delta \tau} T_P^0 + S_{oP}.
\end{aligned}$$

Очевидно, что коэффициенты в дискретном уравнении по схеме с центральными разностями могут становиться отрицательными в тех случаях, когда конвективный перенос преобладает над диффузионным. Чтобы добиться устойчивости и сходимости дискретных уравнений, применяется схема с разностями против потока, в соответствии с которой функция Φ на гранях контрольных объемов принимается равной ее значению в ближайшем узле сетки, лежащем вверх по потоку:

$$\begin{aligned}
u_w \Phi_w &= [(u_w + |u_w|)\Phi_W - (-u_w + |u_w|)\Phi_P]/2, \\
u_e \Phi_e &= [(u_e + |u_e|)\Phi_P - (-u_e + |u_e|)\Phi_E]/2, \\
v_s \Phi_s &= [(v_s + |v_s|)\Phi_S - (-v_s + |v_s|)\Phi_P]/2, \\
v_n \Phi_n &= [(v_n + |v_n|)\Phi_P - (-v_n + |v_n|)\Phi_N]/2, \\
w_b \Phi_b &= [(w_b + |w_b|)\Phi_B - (-w_b + |w_b|)\Phi_P]/2, \\
w_t \Phi_t &= [(w_t + |w_t|)\Phi_P - (-w_t + |w_t|)\Phi_T]/2,
\end{aligned}$$

где $|u_w|$, $|u_e|$, $|v_s|$, $|v_n|$, $|w_b|$, $|w_t|$ – абсолютные значения компонент скорости на гранях контрольного объема.

Фактически здесь производится выбор между слагаемыми с положительными и отрицательными значениями компонент скорости: если компонента скорости имеет положительное значение, то сохраняется первое слагаемое в квадратных скобках, а второе слагаемое равняется нулю. И наоборот, если компонента скорости отрицательна, то первое слагаемое в квадратных скобках равно нулю, а сохраняется второе слагаемое.

Точно такой же выбор можно сделать, если компоненту скорости со знаком "±" сравнивать с нулем и сохранять в расчете максимальную из этих величин. Функцию выбора максимальной из двух величин a и b , реализуемую на компьютере стандартным способом, обозначим символом " $\max(a, b)$ ". В этом случае соотношения схемы с разностями против потока можно записать в виде более простых математических выражений:

$$\begin{aligned}u_w \Phi_w &= \max(u_w, 0) \Phi_W - \max(-u_w, 0) \Phi_P, \\u_e \Phi_e &= \max(u_e, 0) \Phi_P - \max(-u_e, 0) \Phi_E, \\v_s \Phi_s &= \max(v_s, 0) \Phi_S - \max(-v_s, 0) \Phi_P, \\v_n \Phi_n &= \max(v_n, 0) \Phi_P - \max(-v_n, 0) \Phi_N, \\w_b \Phi_b &= \max(w_b, 0) \Phi_B - \max(-w_b, 0) \Phi_P, \\w_t \Phi_t &= \max(w_t, 0) \Phi_P - \max(-w_t, 0) \Phi_T.\end{aligned}$$

В результате коэффициенты в дискретном уравнении (3.8) по схеме с разностями против потока определяются следующими формулами:

$$\begin{aligned}a_W &= \frac{\rho_w D_w}{\Delta x_w \Delta x_P} + \frac{\rho_w}{\Delta x_P} \max(u_w, 0), & a_E &= \frac{\rho_e D_e}{\Delta x_e \Delta x_P} + \frac{\rho_e}{\Delta x_P} \max(-u_e, 0), \\a_S &= \frac{r_s \rho_s D_s}{r_P \Delta r_s \Delta r_P} + \frac{r_s \rho_s}{r_P \Delta r_P} \max(v_s, 0), & a_N &= \frac{r_n \rho_n D_n}{r_P \Delta r_n \Delta r_P} + \frac{r_n \rho_n}{r_P \Delta r_P} \max(-v_n, 0), \\a_B &= \frac{\rho_b D_b}{r_P^2 \Delta \varphi_b \Delta \varphi_P} + \frac{\rho_b}{r_P \Delta \varphi_P} \max(w_b, 0), & a_T &= \frac{\rho_t D_t}{r_P^2 \Delta \varphi_t \Delta \varphi_P} + \frac{\rho_t}{r_P \Delta \varphi_P} \max(-w_t, 0), \\a_P &= a_W + a_E + a_S + a_N + a_B + a_T + \frac{\rho_P}{\Delta \tau}, & d_P &= \frac{\rho_P^0}{\Delta \tau} \Phi_P^0 + S_{OP}.\end{aligned}$$

Следует обратить внимание, что все коэффициенты дискретного уравнения (3.8) по схеме с разностями против потока положительны и основные правила его построения выполнены. Очень важно, что значения коэффициента диффузии в дискретном уравнении берутся в точках, лежащих на гранях контрольного объема. Именно при такой записи дискретного алгебраического аналога расчетная плотность потока через совместную грань будет одной и той же для искомой функции в

соседних контрольных объемов, что обеспечивает выполнение законов сохранения во всей расчетной области.

Устойчивость схемы с разностями против потока достигается за счет некоторой потери ее точности. Аппроксимация задачи по схеме с разностями против потока имеет по пространственным координатам погрешность первого порядка типа $O(\Delta x)$. Для повышения точности схемы были предложены способы корректировки дискретных уравнений. Наиболее удачный из них получил название схемы со степенным законом [25]. В соответствии с ним первые (диффузионные) слагаемые в выражениях для коэффициентов дискретного уравнения (3.8) умножаются на поправочный множитель $f(\text{Pe})$, представляющий собой функцию от сеточного числа Пекле (Pe):

$$f(\text{Pe}) = \max \left[0, \left(1 - \frac{|\text{Pe}|}{10} \right)^5 \right], \quad (3.10)$$

при этом число Пекле вычисляются в точках w , e , s , n , b и t на гранях контрольного объема по формулам

$$\begin{aligned} \text{Pe}_w &= \frac{u_w}{D_w} \Delta x_w, & \text{Pe}_e &= \frac{u_e}{D_e} \Delta x_e, \\ \text{Pe}_s &= \frac{v_s}{D_s} \Delta r_s, & \text{Pe}_n &= \frac{v_n}{D_n} \Delta r_n. \\ \text{Pe}_b &= \frac{w_b}{D_b} r_b \Delta \varphi_b, & \text{Pe}_t &= \frac{w_t}{D_t} r_t \Delta \varphi_t. \end{aligned}$$

Согласно выражению (3.10), поправочный множитель принимает максимальное значение $f(\text{Pe}) = 1$ при числе Пекле, равном нулю, то есть при отсутствии конвекции в неподвижной среде.

При возрастании числа Пекле по абсолютной величине до 10 значение поправочного множителя постепенно уменьшается до нуля. Если повышение скорости среды приводит к возрастанию абсолютной величины числа Пекле свыше 10, то поправочный множитель становится равным нулю, что равносильно сведению к нулю влияния диффузии.

Следует отметить, что сходимость при решении конечно-разностной задачи зависит также от некоторых дополнительных условий, в частности, от корректности формулировки граничных условий, от способа численного решения системы дискретных уравнений, от степени взаимозависимости совместно решаемых уравнений.

§ 3.5. Численное решение дискретных уравнений

В дискретных уравнениях (3.8) буквенные индексы заменяют численными, соответствующими принятой нумерации контрольных объемов, и для трехмерной задачи уравнениям придают следующий вид:

$$a_{i,j,k} \Phi_{i,j,k} = a_{i-1,j,k} \Phi_{i-1,j,k} + a_{i+1,j,k} \Phi_{i+1,j,k} + a_{i,j-1,k} \Phi_{i,j-1,k} + \\ + a_{i,j+1,k} \Phi_{i,j+1,k} + a_{i,j,k-1} \Phi_{i,j,k-1} + a_{i,j,k+1} \Phi_{i,j,k+1} + d_{i,j,k}, \quad (3.11)$$

где $\Phi_{i,j,k}$ – значение искомой функции в узловых точках, положение которых в сетке (см. рис. 3.2) определено индексами i, j и k , $a_{i,j,k}$ – значения коэффициентов в тех же точках, полученные в соответствии с правилами построения дискретных алгебраических аналогов дифференциальных уравнений в частных производных, $d_{i,j,k}$ – свободный (источниковый) член дискретного уравнения.

Дискретные уравнения переноса записывают единообразно для всех узлов сетки. В итоге получается система алгебраических уравнений, число которых равно числу узловых точек. Для ее решения применяют итерационный метод Гаусса–Зейделя или метод прогонки, позволяющий значительно сократить число итераций.

В методе Гаусса–Зейделя в правую часть уравнения (3.11) подставляются значения сеточной функции $\Phi_{i+1,j,k}^*$, $\Phi_{i,j+1,k}^*$ и $\Phi_{i,j,k+1}^*$ из предыдущей итерации, а также значения функции $\Phi_{i-1,j,k}$, $\Phi_{i,j-1,k}$ и $\Phi_{i,j,k-1}$ в соседних точках, только что вычисленные в текущей итерации:

$$\Phi_{i,j,k} = (a_{i-1,j,k} \Phi_{i-1,j,k} + a_{i+1,j,k} \Phi_{i+1,j,k}^* + a_{i,j-1,k} \Phi_{i,j-1,k} + \\ + a_{i,j+1,k} \Phi_{i,j+1,k}^* + a_{i,j,k-1} \Phi_{i,j,k-1} + a_{i,j,k+1} \Phi_{i,j,k+1}^* + d_{i,j,k}) / a_{i,j,k}. \quad (3.12)$$

Приближенные значения искомой функции $\Phi_{i,j,k}$ вычисляют в каждом узле сетки с помощью дискретного уравнения (3.12) по значениям этой функции в соседних точках, последовательно перемещаясь из одного узла сетки в другой. Так как "старые" значения, вычисленные в предыдущей итерации, по мере их использования заменяются в ячейках оперативной памяти компьютера вновь вычисленными, то для алгоритмической реализации метода Гаусса–Зейделя требуется лишь один массив значений сеточной функции без их деления на "старые" и "новые".

С целью уменьшения числа итераций, требуемых для решения задачи с заданной точностью, применяют метод прогонки, который первоначально был разработан для одномерных задач.

Чтобы применить расчетные формулы метода одномерной прогонки, например по оси x , к решению трехмерной задачи, перепишем дискретное уравнение (3.11) с новым обозначением его коэффициентов, что позволит ограничиться при них одним индексом:

$$a_i \Phi_{i,j,k} = b_i \Phi_{i-1,j,k} + c_i \Phi_{i+1,j,k} + d_i. \quad (3.13)$$

Будем искать решение задачи с помощью следующей зависимости, устанавливающей одностороннюю связь между значениями функции Φ в соседних точках:

$$\Phi_{i,j,k} = P_i \Phi_{i+1,j,k} + S_i. \quad (3.14)$$

Коэффициенты прогонки P_i и S_i вычисляются с помощью рекуррентных формул через коэффициенты и свободный член дискретного уравнения (3.13):

$$P_i = \frac{c_i}{a_i - b_i P_{i-1}}, \quad S_i = \frac{b_i S_{i-1} + d_i}{a_i - b_i P_{i-1}}. \quad (3.15)$$

Вычисление искомой функции $\Phi_{i,j,k}$ методом прогонки выполняют в два приема. Сначала, перемещаясь в направлении возрастания индекса i , находят коэффициенты прогонки по формулам (3.15). Эта операция называется прямой прогонкой. Затем в процессе обратной прогонки, перемещаясь в направлении уменьшения индекса i , вычисляют значения искомой функции по уравнению (3.14).

Сходимость итераций – это постепенное приближение численного решения системы дискретных уравнений в процессе итераций к физически достоверному решению дифференциального уравнения. Уточнение приближенных значений сеточной функции происходит в каждой итерации с помощью заданных граничных условий и источникового члена уравнений. Это уточнение постепенно в процессе итераций переносится на значения искомой функции во всех узлах сетки. Как правило, подтверждением сходимости может служить постепенное уменьшение в процессе итераций и стремление к нулю максимальной относительной разности значений Φ и Φ^* искомой функции, вычисленных соответственно в текущей и предыдущей итерациях:

$$R_{\max} = (\Phi_{i,j,k} - \Phi_{i,j,k}^*) / \Phi_{i,j,k}.$$

Сходимость итераций в какой-то мере зависит от взаимного влияния разных физических величин. Для изменения уровня такого взаимовлияния часто применяется релаксация, задаваемая формулой:

$$\bar{\Phi}_{i,j,k} = \Phi_{i,j,k}^* + \alpha_p (\Phi_{i,j,k} - \Phi_{i,j,k}^*),$$

где Φ и Φ^* – значения функции, вычисленные в текущей и в предыдущей итерациях соответственно; $\bar{\Phi}$ – расчетная величина, принимаемая в качестве значения сеточной функции в следующей итерации; α_p – параметр релаксации.

В зависимости от принятого параметра релаксации различают нижнюю релаксацию (при $\alpha_p < 1$), применяемую для улучшения сходимости, и верхнюю релаксацию (при $1 < \alpha_p < 2$), применяемую для ускорения сходимости итераций. Полезным является введение процедуры нижней релаксации непосредственно в дискретное уравнение. Для этого в обе части уравнения (3.11) добавляют значение сеточной функции $\Phi_{i,j,k}$, известное из предыдущей итерации, с релаксационным множителем β_p . Такой способ релаксации улучшает диагональное преобладание коэффициентов, соответствующее неравенству (3.9).

§ 3.6. Математическая модель движения газообразной среды

Дифференциальные уравнения переноса массы компонентов в процессе диффузионного горения приобретают практическую значимость при построении математических моделей только в том случае, если известно поле вектора скорости v . Следовательно, при математическом моделировании горения во вращающейся печи необходимо, прежде всего, численно решать дифференциальные уравнения турбулентного движения газообразной среды.

Математическая модель ламинарного движения включает в себя четыре дифференциальных уравнения в цилиндрических координатах x, r, φ : уравнение неразрывности потока, выражающее закон сохранения массы,

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v}{\partial r} + \frac{\partial \rho w}{r \partial \varphi} = 0, \quad (3.16)$$

и три уравнения Навье–Стокса, выражающие закон сохранения количества движения (импульса):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v u}{\partial r} + \frac{\partial \rho w u}{r \partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\mu \frac{\partial u}{r \partial \varphi} \right) = \\ = - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} g r \cos \varphi, \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r p v v}{\partial r} + \frac{\partial \rho w v}{r \partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\mu \frac{\partial v}{r \partial \varphi} \right) = \\ = \frac{\rho w^2}{r} - \mu \left(\frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} + \frac{\partial \rho}{\partial r} g r \cos \varphi, \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho w w}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r p v w}{\partial r} + \frac{\partial \rho w w}{r \partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\mu \frac{\partial w}{r \partial \varphi} \right) = \\ = - \frac{\rho v w}{r} - \mu \left(\frac{w}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) - \frac{\partial \tilde{p}}{r \partial \varphi} + \frac{\partial \rho}{r \partial \varphi} g r \cos \varphi, \end{aligned} \quad (3.19)$$

u , v , w – компоненты скорости, p – давление, μ – динамический коэффициент вязкости, g – ускорение поля силы тяжести.

Здесь представлены дифференциальные уравнения для стационарного движения несжимаемой жидкости, поскольку нестационарность движения выходит за рамки рассматриваемых процессов, а влиянием сжимаемости можно пренебречь при скоростях заметно меньших скорости звука. Следует отметить также, что уравнения (3.18) и (3.19) содержат слагаемые [61], являющиеся следствием криволинейности цилиндрических координат.

Характерной особенностью уравнений Навье–Стокса, в отличие от типового дифференциального уравнения (3.5) переноса скалярных физических величин, является появление в них составляющих градиента давления p и силы тяжести ρg . В отличие от общепринятой формы записи уравнений Навье–Стокса, здесь введена функция давления, предложенная в [60]:

$$\tilde{p} = p + \rho g h,$$

где h – вертикальная координата. В результате влияние силы тяжести (или выталкивающей силы) на движение неизотермической среды представлено в каждом из уравнений (3.17) – (3.19) одинаково последними слагаемыми в их правой части, содержащими произведения производных от плотности ρ на величину gh [62]. Если плотность ρ изотермической среды в расчетном объеме не изменяется, то последние члены этих уравнений становятся равными нулю.

Четыре уравнения (3.16) – (3.19) математической модели позволяют определить значения четырех искоемых функций. Уравнения Навье–Стокса обычно служат для расчета полей трех компонент скорости u , v , w . Поле давления p находят, как правило, с помощью преобразованного уравнения неразрывности.

Граничные условия к уравнениям движения формулируются из условия "прилипания" жидкости или газа к обтекаемой ими твердой поверхности. На цилиндрической футеровке и на поверхности технологического материала продольная u и поперечная v компоненты скорости газообразной среды равны нулю из условия "прилипания" потока, а давление на стенке исключается из уравнений принятым построением сетки [25]. Значение тангенциальной скорости w на поверхности футеровки определяется скоростью вращения печи, а на поверхности материала равно нулю. На оси печи всегда задаются граничные условия второго рода. Как правило, скорости топлива и воздуха на входе в расчетный объем известны.

Расчет физических свойств газообразного топлива, воздуха и дымовых газов производится по известным формулам и соотношениям, изложенным в технической литературе.

§ 3.7. Переход к дискретным уравнениям движения среды

Дифференциальные уравнения Навье–Стокса (3.17) – (3.19) преобразуются к дискретному виду методом конечных объемов (см. § 3.3). Так как в дискретные аналоги входит разность давлений, то контрольные объемы для компонент скорости смещают на полшага соответственно вдоль осей x , r или φ относительно контрольных объемов для давления и других скалярных функций, как показано на рис. 3.5.

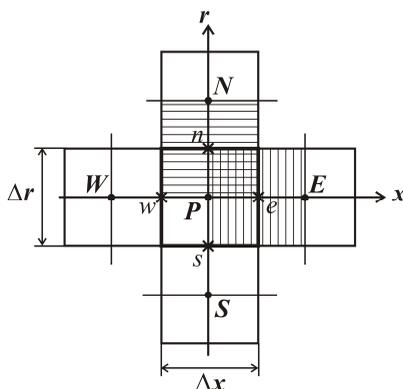


Рис. 3.5. Схема смещения контрольных объемов для компонент скорости (заштрихованы) относительно контрольного объема для давления

При таком построении разнесенной, или шахматной, сетки узлы для поля давления всегда лежат на гранях контрольных объемов для компонент скорости.

Дискретные уравнения для компонент скорости u , v , w имеют однотипную форму, аналогичную уравнениям (3.8):

$$a_p^{(u)} u_p = a_W u_W + a_E u_E + a_S u_S + a_N u_N + a_B u_B + a_T u_T + d_p^{(u)} + \frac{\tilde{p}_w - \tilde{p}_e}{\Delta x_p}, \quad (3.20)$$

$$a_p^{(v)} v_p = a_W v_W + a_E v_E + a_S v_S + a_N v_N + a_B v_B + a_T v_T + d_p^{(v)} + \frac{\tilde{p}_s - \tilde{p}_t}{\Delta r_p}, \quad (3.21)$$

$$a_p^{(w)} w_p = a_W w_W + a_E w_E + a_S w_S + a_N w_N + a_B w_B + a_T w_T + d_p^{(w)} + \frac{\tilde{p}_b - \tilde{p}_l}{r_p \Delta \phi_p}, \quad (3.22)$$

где коэффициенты a_W , a_E , a_S , a_N , a_B , a_T для разных уравнений вычисляются в смещенных контрольных объемах по одинаковым формулам:

$$\begin{aligned} a_W &= \frac{\mu_w}{\Delta x_w \Delta x_p} f(\text{Pe}_w) + \frac{\rho_w}{\Delta x_p} \max(u_w, 0), \\ a_E &= \frac{\mu_e}{\Delta x_e \Delta x_p} f(\text{Pe}_e) + \frac{\rho_e}{\Delta x_p} \max(-u_e, 0), \\ a_S &= \frac{r_s}{r_p} \left(\frac{\mu_s}{\Delta r_s \Delta r_p} f(\text{Pe}_s) + \frac{\rho_s}{\Delta r_p} \max(v_s, 0) \right), \\ a_N &= \frac{r_n}{r_p} \left(\frac{\mu_n}{\Delta r_n \Delta r_p} f(\text{Pe}_n) + \frac{\rho_n}{\Delta r_p} \max(-v_n, 0) \right), \\ a_B &= \frac{\mu_b}{r_p^2 \Delta \phi_b \Delta \phi_p} f(\text{Pe}_b) + \frac{\rho_b}{r_p \Delta \phi_p} \max(w_b, 0), \\ a_T &= \frac{\mu_t}{r_p^2 \Delta \phi_t \Delta \phi_p} f(\text{Pe}_t) + \frac{\rho_t}{r_p \Delta \phi_p} \max(-w_t, 0). \end{aligned}$$

Различаются лишь формулы для коэффициентов и величин, снабженных верхними индексами, указывающими расчетную компоненту скорости:

$$a_p^{(u)} = a_W + a_E + a_S + a_N + a_B + a_T,$$

$$a_p^{(v)} = a_W + a_E + a_S + a_N + a_B + a_T + \frac{\mu_P}{r_P^2},$$

$$a_p^{(w)} = a_W + a_E + a_S + a_N + a_B + a_T + \frac{\mu_P}{r_P^2},$$

$$d_p^{(u)} = \frac{\rho_e - \rho_w}{\Delta x_P} r_P g \cos \varphi,$$

$$d_p^{(v)} = \frac{\rho_P w_P^2}{r_P} - \frac{2\mu_P}{r_P^2} \frac{w_t - w_b}{\Delta \varphi_P} + \frac{\rho_n - \rho_s}{\Delta r_P} r_P g \cos \varphi,$$

$$d_p^{(w)} = -\frac{\rho_P v_P w_P}{r_P} + \frac{2\mu_P}{r_P^2} \frac{v_t - v_b}{\Delta \varphi_P} + \frac{\rho_t - \rho_b}{r_P \Delta \varphi_P} g \cos \varphi,$$

В дискретные уравнения (3.20) – (3.22) входит функция давления \tilde{p} , определяемая в точках, лежащих на гранях контрольных объемов для компонент скорости. Чтобы отчетливее выделить воздействие поля давления на движение среды, дискретным уравнениям для компонент скорости следует придать следующую компактную форму:

$$u_P = \hat{u}_P + \frac{\tilde{p}_w - \tilde{p}_e}{a_p^{(u)} \Delta x_P}, \quad (3.23)$$

$$v_P = \hat{v}_P + \frac{\tilde{p}_s - \tilde{p}_n}{a_p^{(v)} \Delta r_P}, \quad (3.24)$$

$$w_P = \hat{w}_P + \frac{\tilde{p}_b - \tilde{p}_t}{a_p^{(w)} r_P \Delta \varphi_P}, \quad (3.25)$$

где \hat{u} , \hat{v} и \hat{w} – псевдоскорости. Они определяются с помощью дискретных уравнений (3.20) – (3.22) по значениям соответствующей компоненты скорости в соседних узловых точках, но без учета разности давлений на гранях контрольного объема:

$$\hat{u}_P = \left(a_W u_W + a_E u_E + a_S u_S + a_N u_N + a_B u_B + a_T u_T + d_p^{(u)} \right) / a_p^{(u)},$$

$$\hat{v}_P = \left(a_W v_W + a_E v_E + a_S v_S + a_N v_N + a_B v_B + a_T v_T + d_p^{(v)} \right) / a_p^{(v)},$$

$$\hat{w}_P = \left(a_W w_W + a_E w_E + a_S w_S + a_N w_N + a_B w_B + a_T w_T + d_p^{(w)} \right) / a_p^{(w)}.$$

§ 3.8. Дискретное уравнение для расчета поля давления

Уравнения для расчета давления обычно получают, преобразуя уравнение неразрывности [25]. Подставляя компактные выражения (3.23) – (3.25) с компонентами псевдоскорости в дискретный алгебраический аналог дифференциального уравнения неразрывности,

$$\frac{\rho_e u_e - \rho_w u_w}{\Delta x_p} + \frac{r_n \rho_n v_n - r_s \rho_s v_s}{r_p \Delta r_p} + \frac{\rho_t w_t - \rho_b w_b}{r_p \Delta \varphi_p} = 0, \quad (3.26)$$

можно получить дискретное уравнение для расчета функции давления, индексы в котором соответствуют контрольным объемам для скалярных величин:

$$A_p \tilde{p}_p = A_W \tilde{p}_W + A_E \tilde{p}_E + A_S \tilde{p}_S + A_N \tilde{p}_N + A_B \tilde{p}_B + A_T \tilde{p}_T + D_p, \quad (3.27)$$

Коэффициенты A_W , A_E , A_S , A_N , A_B , A_T определяются здесь через величины $a_p^{(u)}$, $a_p^{(v)}$, $a_p^{(w)}$, взятые из дискретных уравнений (3.20) – (3.22) для компонент скорости в смещенных узлах сетки, источниковый член D_p – через псевдоскорости:

$$\begin{aligned} A_W &= \frac{\rho_w}{a_w^{(u)} \Delta x_w \Delta x_p}, & A_E &= \frac{\rho_e}{a_e^{(u)} \Delta x_e \Delta x_p}, \\ A_S &= \frac{r_s}{r_p} \frac{\rho_s}{a_s^{(v)} \Delta r_s \Delta r_p}, & A_N &= \frac{r_n}{r_p} \frac{\rho_n}{a_n^{(v)} \Delta r_n \Delta r_p}, \\ A_B &= \frac{\rho_b}{a_b^{(w)} r_p^2 \Delta \varphi_b \Delta \varphi_p}, & A_T &= \frac{\rho_t}{a_t^{(w)} r_p^2 \Delta \varphi_t \Delta \varphi_p}, \end{aligned}$$

$$A_p = A_W + A_E + A_S + A_N + A_B + A_T,$$

$$D_p = \frac{\rho_w \hat{u}_w - \rho_e \hat{u}_e}{\Delta x_p} + \frac{r_s \rho_s \hat{v}_s - r_n \rho_n \hat{v}_n}{r_p \Delta r_p} + \frac{\rho_b \hat{w}_b - \rho_t \hat{w}_t}{r_p \Delta \varphi_p}.$$

Обычно на границах расчетной области величина скорости задана и не зависит от перепада давления, так что после подстановки формул (3.23) – (3.25) в дискретный аналог (3.26) давление на границе не войдет в систему расчетных уравнений, что позволяет, согласно [25], отказаться от формулировки граничных условий на поверхности стен при определении поля давления.

Дискретное уравнение (3.27) дает правильное поле давления только в том случае, если компоненты скорости удовлетворяют уравнению

неразрывности. Однако в процессе итераций компоненты скорости имеют неточные значения, не соответствующие закону сохранения массы и уравнению неразрывности. Поле давления, рассчитанное на основе таких скоростей, также не соответствует закону сохранения массы и уравнению неразрывности.

Чтобы расчетные поля давления и скорости в процессе итераций приближались к истинным, обычно рекомендуется значения компонент скорости корректировать во всех узлах сетки с помощью поправки давления p' , которую определяют по приближенному уравнению, аналогичному дискретному уравнению (3.27) для давления [25]:

$$A_P p'_P \approx A_W p'_W + A_E p'_E + A_S p'_S + A_N p'_N + A_B p'_B + A_T p'_T + D'_P. \quad (3.28)$$

Здесь коэффициенты A_P, A_W, A_E, A_S, A_N рассчитываются по тем же формулам, что и в уравнении (3.27), а свободный член равен левой части дискретного уравнения неразрывности (3.26), взятой с отрицательным знаком:

$$D'_P = \frac{\rho_w u_w - \rho_e u_e}{\Delta x_P} + \frac{r_s \rho_s v_s - r_n \rho_n v_n}{r_P \Delta r_P} + \frac{\rho_b w_b - \rho_t w_t}{r_P \Delta \varphi_P}. \quad (3.29)$$

Формула (3.29) представляет собой математическое выражение "источника" массы $S_P^{(m)}$, который, согласно (3.26), должен быть равен нулю, если поле скорости удовлетворяет уравнению неразрывности. Чтобы задача математического моделирования была успешно решена при несогласованных полях скорости и давления, слагаемые с поправками давления в системе дискретных уравнений должны компенсировать нежелательные "источники" массы, что позволяет, в конечном счете, уменьшить расчетный дисбаланс массы и улучшить поле скорости во всей расчетной области.

Использование уравнения (3.28) для поправки давления является характерной особенностью алгоритмов типа SIMPLER (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Revised), применяемых в настоящее время в инженерных задачах [60]. Существенным недостатком этого полунявного алгоритма является необходимость решать дополнительно дифференциальное уравнение для поправки давления с помощью внутреннего цикла итераций, сходимость которого во многом зависит от удачного подбора коэффициентов нижней релаксации.

Граничные условия для давления p и поправки давления p' на стенах, где компоненты скорости равны нулю или заданы, удаётся исключить из расчета, устанавливая узлы сетки для скалярных величин на

расстоянии полушага относительно границ [25]. В итоге поправка давления p'_{ct} на поверхности стен практически не влияет на величину p' во внутренних узлах сетки. Учитывая, что уравнение для поправки давления к тому же является приближенным, следует признать связи между величинами p' в соседних узлах сетки несущественными. В этом случае, согласно правилам системного подхода, можно исключить из уравнения (3.28) члены с поправкой давления в соседних узлах сетки и придать дискретному уравнению следующий вид:

$$A_p p'_p \approx S_p^{(m)} = \frac{\rho_w u_w - \rho_e u_e}{\Delta x_p} + \frac{r_s \rho_s v_s - r_n \rho_n v_n}{r_p \Delta r_p} + \frac{\rho_b w_b - \rho_t w_t}{r_p \Delta \varphi_p}. \quad (3.30)$$

Согласно [25], допускается вычислять поправку давления приближенно, так как ее применение имеет единственной целью достижение сходимости итераций. В условиях, когда расчетный источник массы стремится к нулю, погрешность выражения (3.30) не должна влиять на конечные результаты математического моделирования.

§ 3.9. Преобразование дискретных уравнений движения среды

Упрощенное выражение для поправки давления (3.30) не содержит в своей правой части других неизвестных функций, кроме компонент скорости, и поэтому может быть введено непосредственно в уравнения движения. В результате в дискретных аналогах уравнений Навье–Стокса после переобозначения узлов сетки появится разность расчетных источников массы $S^{(m)}$, поделенных соответственно на один из коэффициентов A_w , A_e , A_s , A_n , A_b или A_t , эквивалентных соответствующему коэффициенту A_p из уравнения (3.27).

Вместе с расчетными источниками массы в правые части дискретных уравнений движения войдут искомые компоненты скорости u_p , v_p и w_p с отрицательным знаком перед их коэффициентами. Необходимо перенести эти члены в левую часть дискретных уравнений, чтобы получить устойчивую полностью неявную вычислительную схему.

Тот же результат может быть достигнут, если в обе части дискретных уравнений добавить соответствующие выражения $\beta_p^{(u)} u_p$, $\beta_p^{(v)} v_p$ или $\beta_p^{(w)} w_p$, для исключения нежелательных слагаемых из расчетных источников массы. Введение в обе части уравнений одинаковых слагаемых, содержащих искомые компоненты массовой скорости, равносильно применению нижней релаксации с релаксационным множителем β_p (см. § 3.5). Особенностью и, видимо, преимуществом в данном

случае является локальный характер релаксации, обеспечивающий соответствие ее величины в каждом узле сетки условиям сходимости итераций. В итоге дискретные алгебраические аналоги (3.20) – (3.22) дифференциальных уравнений Навье–Стокса приобретут вид, соответствующий полностью неявной разностной схеме:

$$\left(a_P^{(u)} + \beta_P^{(u)}\right)u_P = a_W u_W + a_E u_E + a_S u_S + a_N u_N + a_B u_B + a_T u_T + \\ + d_P^{(u)} + \frac{\tilde{p}_w - \tilde{p}_e}{\Delta x_P} + \frac{S_w^{(m)}}{A_w \Delta x_P} - \frac{S_e^{(m)}}{A_e \Delta x_P} + \beta_P^{(u)}u_P, \quad (3.31)$$

$$\left(a_P^{(v)} + \beta_P^{(v)}\right)v_P = a_W v_W + a_E v_E + a_S v_S + a_N v_N + a_B v_B + a_T v_T + \\ + d_P^{(v)} + \frac{\tilde{p}_s - \tilde{p}_n}{\Delta r_P} + \frac{S_s^{(m)}}{A_s \Delta r_P} - \frac{S_n^{(m)}}{A_n \Delta r_P} + \beta_P^{(v)}v_P, \quad (3.32)$$

$$\left(a_P^{(w)} + \beta_P^{(w)}\right)w_P = a_W w_W + a_E w_E + a_S w_S + a_N w_N + a_B w_B + a_T w_T + \\ + d_P^{(w)} + \frac{\tilde{p}_b - \tilde{p}_l}{r_P \Delta \phi_P} + \frac{S_b^{(m)}}{A_b r_P \Delta \phi_P} - \frac{S_l^{(m)}}{A_l r_P \Delta \phi_P} + \beta_P^{(w)}w_P, \quad (3.33)$$

где релаксационные множители рассчитываются по индивидуальным формулам для каждой компоненты скорости в соответствии с их верхними индексами:

$$\beta_P^{(u)} = \frac{\rho_P}{\Delta x_P} \left(\frac{1}{A_w \Delta x_w} + \frac{1}{A_e \Delta x_e} \right), \\ \beta_P^{(v)} = \frac{r_P \rho_P}{\Delta r_P} \left(\frac{1}{A_s r_s \Delta r_s} + \frac{1}{A_n r_n \Delta r_n} \right), \\ \beta_P^{(w)} = \frac{\rho_P}{r_P^2 \Delta \phi_P} \left(\frac{1}{A_b \Delta \phi_b} + \frac{1}{A_l \Delta \phi_l} \right).$$

Появление источника массы в уравнениях, по которым рассчитываются компоненты скорости, имеет определенный физический смысл: разность членов с источниками массы в уравнениях (3.31) – (3.33) способствует "перетеканию" среды из контрольных объемов, где расчетный источник массы больше, в объемы, где он меньше. В результате

величина источников массы в целом в процессе итераций уменьшается, и значения скорости постепенно приближаются к распределению, удовлетворяющему уравнению неразрывности. Чтобы улучшить сходимость итераций, целесообразно вводить поправку с источником массы $S_p^{(m)}$ также и в уравнение (3.27) при расчете поля функции давления.

Дискретное уравнение для поправки давления исключено из вычислительного процесса вместе с присущим ему внутренним циклом итераций. Алгоритм численного решения уравнений соответствует неявной разностной схеме, обладающей безусловной устойчивостью. Можно полагать, что такому алгоритму подойдет название SAMPLE (System-Approach Method for Pressure-Linked Equations), отражающее в какой-то мере его связь с алгоритмом SIMPLER.

Корректная реализация алгоритма SAMPLE в компьютерных программах обеспечивает постепенное уменьшение "источников" массы и приближение к нулю поправочных членов в дискретных уравнениях движения. Суммарный источник массы в расчетном объеме становится основным показателем, характеризующим сходимость итераций, что соответствует рекомендациям [25].

§ 3.10. Математическое моделирование турбулентности

Применяя уравнения (3.31) – (3.33) к турбулентному движению среды, необходимо вводить в них эффективные коэффициенты вязкости $\mu_{\text{эф}}$, учитывающие как молекулярный, так и турбулентный перенос количества движения. В вязком подслое, который образуется на поверхности стенки, обтекаемой турбулентным потоком, преобладает молекулярный перенос количества движения. Но по мере удаления от стенки турбулентность возрастает настолько, что молекулярной вязкостью обычно пренебрегают.

В основе математического моделирования параметров турбулентности лежит модифицированная полуэмпирическая гипотеза Колмогорова, позволяющая вычислять турбулентный аналог кинематического коэффициента вязкости ν_t как вблизи, так и вдали от стенки [63]:

$$\nu_t = c_\mu f_\mu k_T^2 / \varepsilon_T, \quad (3.34)$$

где c_μ – эмпирический коэффициент ($c_\mu = 0,09$), k_T – кинетическая энергия турбулентных пульсаций, приходящаяся на единицу массы среды, ε_T – скорость диссипации энергии турбулентности единичной массы среды, f_μ – поправочная функция вблизи стенки.

Кинетическая энергия турбулентности k_T подчиняется закону сохранения. Для нее существует дифференциальное уравнение переноса в цилиндрических координатах:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u k_T}{\partial x} + \frac{\partial \rho v k_T}{r \partial r} + \frac{\partial \rho w k_T}{r \partial \varphi} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{\text{эф}} \frac{\partial k_T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{\text{эф}} \frac{\partial k_T}{\partial r} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\mu_{\text{эф}} \frac{\partial k_T}{r \partial \varphi} \right) + \rho (G_T - \varepsilon_T). \end{aligned} \quad (3.35)$$

Величина G_T , представляющая собой скорость генерации энергии турбулентности за счет кинетической энергии осредненного движения, определяется с помощью следующей диссипативной функции [64]:

$$\begin{aligned} G_T = \mu_T \left\{ 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{r \partial \varphi} + \frac{v}{r} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{r \partial \varphi} + r \frac{\partial w/r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{r \partial \varphi} \right)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Для вычисления скорости диссипации энергии турбулентности ε_T также составляют дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u \varepsilon_T}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \varepsilon_T}{r \partial r} + \frac{\partial \rho w \varepsilon_T}{r \partial \varphi} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_{\text{эф}}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\mu_{\text{эф}}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial r} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\mu_{\text{эф}}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon_T}{r \partial \varphi} \right) + \rho \frac{\varepsilon_T}{k_T} (c_{\varepsilon 1} G_T - c_{\varepsilon 2} \varepsilon_T), \end{aligned} \quad (3.37)$$

где эмпирические постоянные имеют следующие значения: $\sigma_\varepsilon \approx 1,3$, $c_{\varepsilon 1} \approx 1,44$ и $c_{\varepsilon 2} \approx 1,92$.

Дифференциальные уравнения (3.35) и (3.37), совместно с гипотезой турбулентности (3.34) и граничными условиями, образуют диссипативную модель турбулентности.

Так как непосредственно на поверхности стен кинетическая энергия турбулентности равна нулю, а скорость диссипации энергии турбулентности стремится к бесконечности, то граничные условия к уравнениям (3.35) и (3.37) целесообразно формулировать в приграничных узлах сетки, лежащих в пристенной области турбулентного потока, применяя полуэмпирическую гипотезу турбулентности Прандтля:

$$v_T = l^2 |du/dy|, \quad (3.38)$$

где v_T – турбулентный аналог кинематического коэффициента вязкости, u – компонента осредненной скорости, параллельная поверхности стенки, y – расстояние по нормали к стенке до расчетной точки, l – длина пути смешения, характеризующая масштаб турбулентности вблизи стенки.

Зависимости для турбулентного движения вблизи стенки обычно представляют в безразмерном виде, вводя безразмерные физические величины $u_+ \equiv u/u_*$, $y_+ \equiv uy_*/\nu$, $l_+ \equiv lu_*/\nu$, где u_* – динамическая скорость, представляющая собой физическую величину с размерностью скорости, характеризующую значение касательного напряжения $\sigma_{ст}$ на поверхности стенки,

$$u_* \equiv \sqrt{\sigma_{ст}/\rho}. \quad (3.39)$$

Считая приближенно касательное напряжение вблизи стенки постоянным и рассматривая его как сумму напряжений, возникающих вследствие молекулярного и турбулентного переноса, получают квадратное уравнение:

$$l_+^2 \left(\frac{du_+}{dy_+} \right)^2 + \frac{du_+}{dy_+} - 1 = 0.$$

Его решение дает расчетную формулу для производной от скорости в безразмерных переменных:

$$\frac{du_+}{dy_+} = \frac{\sqrt{4l_+^2 + 1} - 1}{2l_+^2}, \quad (3.40)$$

а с учетом (3.38) и для турбулентной вязкости вблизи стенки:

$$\frac{v_T}{\nu} = \left(\sqrt{4l_+^2 + 1} - 1 \right) / 2. \quad (3.41)$$

Формулы (3.40) и (3.41) становятся пригодными для расчета параметров турбулентного движения только в том случае, если известно изменение длины пути смешения l_+ по толщине пограничного слоя.

Рассматривая турбулентный пограничный слой, обычно выделяют вязкий подслой, прилегающий к поверхности стенки, обтекаемой турбулентным потоком, и равновесный подслой, который характеризуется примерным равенством процессов образования (генерации) и рассея-

ния (диссипации) кинетической энергии турбулентных пульсаций. Между вязким и равновесными подслоями лежит переходная область.

Согласно гипотезе Прандтля, в равновесном подслое (при $y_+ > 60$) длина пути смешения прямо пропорциональна расстоянию до стенки:

$$l_+ = \kappa y_+, \quad (3.42)$$

где κ – универсальная постоянная, имеющая значение 0,41 [63].

Интегрируя уравнение (3.40) с учетом линейной зависимости (3.42), находят, что в равновесном подслое имеет место логарифмическое распределение скорости:

$$u_+ = \frac{1}{\kappa} \ln y_+ + C, \quad (3.43)$$

где постоянная интегрирования $C = 5,32$ при обтекании гладкой поверхности стенки.

Известно, что в вязком подслое и переходной области турбулентные пульсации заглушаются. В этом случае целесообразно использовать эмпирическую формулу, определяющую безразмерную длину пути смешения в вязком подслое и переходной области (при $y_+ < 60$) при параметре $A_+ = 30$ [65]:

$$l_+ = \kappa y_+ \left\{ 1 - \exp\left(-y_+ / \left(A_+ - 0,25 y_+^2 / A_+\right)\right)\right\}. \quad (3.44)$$

Как показано на рис. 3.6, экспоненциальная зависимость (3.44) плавно сопрягается с прямой (3.42) Прандтля при $y_+ = 60$, а в вязком подслое и переходной области дает меньшие значения длины пути смешения в хорошем соответствии с экспериментальными данными.

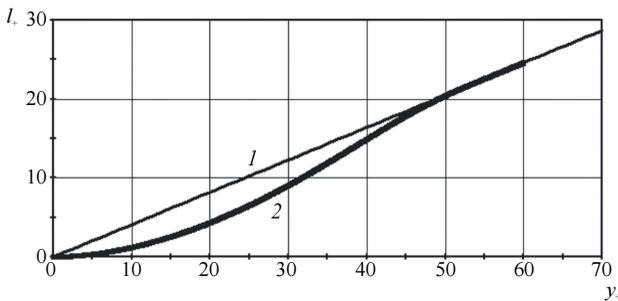


Рис. 3.6. Безразмерная зависимость длины пути смешения l_+ от расстояния y_+
по закону: 1 – линейному (3.42), 2 – экспоненциальному (3.44)

Таким образом, становится возможным применять формулу (3.41) для турбулентной вязкости в достаточно широкой пристеночной области, в которой с высокой степенью вероятности имеются приграничные узлы сетки. Из анализа выражения (3.34) следует также, что поправочная функция вблизи стенки равна соотношению значений турбулентной вязкости, рассчитанных по уравнению (3.41) при длине пути смещения, определяемой разными зависимостями – экспоненциальной (3.44) и линейной (3.42):

$$f_{\mu} = \frac{\sqrt{4(\kappa y_+)^2 \left\{ 1 - \exp\left(-y_+ / \left(A_+ - 0,25 y_+^2 / A_+\right)\right)\right\}^2 + 1} - 1}{\sqrt{4(\kappa y_+)^2 + 1} - 1}. \quad (3.45)$$

Чтобы обеспечить вычисление турбулентной вязкости (3.34) и поправочной функции (3.45), осталось определить динамическую скорость u_* . Ее величина следует из формулы (3.39) и выражения для касательного напряжения $\sigma_{ст}$ по закону внутреннего трения Ньютона при известном кинематическом коэффициенте вязкости среды $\nu_{ст}$ на поверхности стенки:

$$u_*^2 = \nu_{ст} (du/dy)_{ст}.$$

Производная в этом выражении рассматривается как тангенс угла наклона касательной в начале координат к графической зависимости скорости u от расстояния y . Считается, что при ламинарном течении скорость вблизи стенки изменяется линейно, так что односторонняя производная на ее поверхности с достаточной точностью определяется дискретным равенством

$$(du/dy)_{ст} = \frac{u - u_{ст}}{y},$$

где $u_{ст}$, u – скорость на поверхности стенки и в ближайшем к ней узле сетки, y – расстояние от стенки до ближайшего узла сетки.

При расчете турбулентного течения необходимо, прежде всего, уточнить нелинейное распределение скорости вблизи стенки. В [66] показано, что численно интегрируя уравнение (3.40) совместно с экспоненциальным выражением длины пути смещения (3.44), можно установить, как изменяется безразмерная скорость u_+ в пристенной области. Эта зависимость представлена на рис 3.7 в виде кривой 2, которая при $y_+ < 40$ лежит значительно ниже логарифмической кривой 1.

При дискретном представлении односторонней производной касательная 4 к кривой 2 в начале координат приближенно заменяется хордой 3, что вносит в расчет заметную погрешность. Как показано в [66], для устранения расчетной погрешности следует дискретное значение производной u/y поделить на соотношение безразмерных величин u_+/y_+ , найденное по кривой 2 рис. 3.7, так как тангенс угла наклона касательной 4 определяется соотношением u_+/y_+ , равным единице:

$$u_*^2 = \nu_{\text{ст}} \frac{u - u_{\text{ст}}}{y} \frac{y_+}{u_+}. \quad (3.46)$$

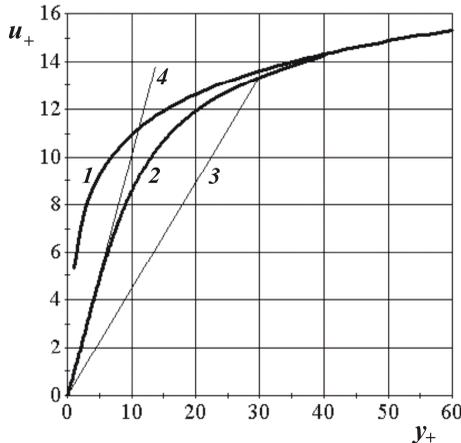


Рис. 3.7. Безразмерная зависимость скорости u_+ от расстояния y_+ по закону: 1 – логарифмическому, 2 – уточненному; 3 – хорда, 4 – касательная

Уравнение (3.46) пригодно для расчета любого режима течения среды вблизи стенки – и ламинарного, и турбулентного, и переходного. Единственным ограничением его применимости является предположение о том, что в расчетных условиях сохраняется классическая структура турбулентного пограничного слоя.

По найденному значению динамической скорости u_* уточняется безразмерное расстояние y_+ до ближайшего к стенке узла сетки, вычисляется турбулентная вязкость ν_T по уравнению (3.41), а затем и кинетическая энергия турбулентности k_T в приграничных узлах сетки:

$$k_T^{\text{rp}} = f_k c_\mu^{-1/2} u_*^2. \quad (3.47)$$

Кинетическая энергия турбулентности, в соответствии с экспериментальными данными [63], практически постоянна по толщине равновесного подслоя и даже несколько возрастает по мере приближения к границе вязкого подслоя. Поэтому в формулу (3.47) введен поправочный множитель f_k , который в равновесном подслое равен единице, в переходной области постепенно увеличивается до $f_k \approx 1.2$ и затем в вязком подслое падает до нуля на поверхности стенки.

Граничное значение скорости диссипации энергии турбулентности можно рассчитать по формуле, следующей из зависимости (3.34):

$$\varepsilon_T^{\text{гп}} = c_\mu f_\mu (k_T^{\text{гп}})^2 / v_T^{\text{гп}}, \quad (3.48)$$

где индекс "гп" обозначает значения физических величин, в приграничных узлах сетки.

§ 3.11. Дифференциальные уравнения переноса массы

Массообменные процессы подчиняются фундаментальному закону сохранения. Поэтому в основу математической модели диффузионного горения можно положить дифференциальные уравнения переноса типа (3.5), выражающие закон сохранения массы топлива и окислителя:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho c_T}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u c_T}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v c_T}{\partial r} + \frac{\partial \rho w c_T}{r \partial \varphi} - \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_{\text{эф}} \frac{\partial c_T}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho D_{\text{эф}} \frac{\partial c_T}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\rho D_{\text{эф}} \frac{\partial c_T}{r \partial \varphi} \right) = M_T. \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho c_{\text{ок}}}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u c_{\text{ок}}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v c_{\text{ок}}}{\partial r} + \frac{\partial \rho w c_{\text{ок}}}{r \partial \varphi} - \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_{\text{эф}} \frac{\partial c_{\text{ок}}}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho D_{\text{эф}} \frac{\partial c_{\text{ок}}}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\rho D_{\text{эф}} \frac{\partial c_{\text{ок}}}{r \partial \varphi} \right) = M_{\text{ок}}. \end{aligned} \quad (3.50)$$

где c_T , $c_{\text{ок}}$ – массовые концентрации топлива и окислителя соответственно, M_T , $M_{\text{ок}}$ – объемный "источник" массы соответственно топлива и окислителя в единице объема за единицу времени, u , v , w – продольная, радиальная и окружная компоненты скорости, ρ – плотность газообразной среды, $D_{\text{эф}}$ – эффективный коэффициент диффузии. В процессе горения как масса топлива, так и масса окислителя уменьшается, поэтому величина "источников" M_T и $M_{\text{ок}}$ всегда отрицательна.

Предполагается, что эффективные коэффициенты $D_{\text{эф}}$ учитывают влияние как молекулярной, так и турбулентной диффузии на перенос массы химических компонентов. Их вычисляют по формуле:

$$D_{\text{эф}} = D + \frac{\nu_{\text{T}}}{Sc_{\text{T}}},$$

где D – коэффициент диффузии (молекулярной), ν_{T} – турбулентный аналог кинематического коэффициента вязкости, Sc_{T} – турбулентное число Шмидта ($Sc_{\text{T}} = 0,75 \dots 0,85$).

Вычисление источниковых членов в уравнениях (3.49) и (3.50) составляет достаточно сложную задачу. Поэтому используем понятие массового стехиометрического соотношения $n_{\text{ок}}$, чтобы преобразовать эти уравнения. Источники массы топлива и окислителя в соответствии с реакциями горения связаны стехиометрическим соотношением:

$$M_{\text{T}} = M_{\text{ок}} / n_{\text{ок}}. \quad (3.51)$$

Поделив уравнение (3.50) на массовое стехиометрическое соотношение $n_{\text{ок}}$, вычтем его из уравнения (3.49). В результате источниковые члены сократятся, и в новом дифференциальном уравнении источниковый член будет равен нулю:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho C}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u C}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v C}{\partial r} + \frac{\partial \rho w C}{r \partial \varphi} - \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_{\text{эф}} \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho D_{\text{эф}} \frac{\partial C}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\rho D_{\text{эф}} \frac{\partial C}{r \partial \varphi} \right) = 0. \quad (3.52) \end{aligned}$$

В этом уравнении под знаками дифференциала находится расчетная концентрация, включающая концентрации топлива и окислителя:

$$C \equiv c_{\text{T}} - c_{\text{ок}} / n_{\text{ок}}. \quad (3.53)$$

Расчетная концентрация C показывает, какое могло бы быть распределение топлива в струе при отсутствии химических реакций горения; ее часто называют "восстановленной" концентрацией.

Дифференциальное уравнение (3.52) заменяет два более сложных уравнения (3.49) и (3.50). В условиях диффузионного горения достаточно знать распределение расчетной концентрации C , чтобы однозначно определить концентрации топлива c_{T} и окислителя $c_{\text{ок}}$ в любой точке факела. Концентрация топлива c_{T} приравнивается к расчетной концентрации C там, где последняя больше нуля, а в остальной части потока концентрация топлива c_{T} равна нулю. Концентрация окислителя

$c_{ок}$ приравнивается нулю везде, где есть топливо, а в остальной части потока, вычисляется по формуле (3.53).

В том случае, когда горение нельзя считать диффузионным, уравнение (3.52) решается совместно с дифференциальным уравнением переноса массы топлива (3.49). В такой задаче "источник" массы топлива M_T определяется с учетом кинетики химических реакций горения.

Хотя в диффузионном факеле скорость химических реакций практически не оказывает влияния на интенсивность горения, все же следует иметь в виду, что в результате химических реакций происходит выделение теплоты, величину которого необходимо учитывать при определении температуры газообразной среды.

Для вычисления "источника" массы топлива M_T предлагается [67] использовать уравнение (3.49) после того, как найдено поле концентрации топлива c_T :

$$M_T = \frac{\partial \rho c_T}{\partial t} + \frac{\partial \rho u c_T}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v c_T}{\partial r} + \frac{\partial \rho w c_T}{r \partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_{эф} \frac{\partial c_T}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho D_{эф} \frac{\partial c_T}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\rho D_{эф} \frac{\partial c_T}{r \partial \varphi} \right). \quad (3.54)$$

Учитывая, что масса топлива, сгоревшего в единице объема за единицу времени, равна "источнику" массы в дифференциальном уравнении (3.54), взятому с обратным знаком, найдем величину тепловыделения в диффузионном факеле по следующему равенству:

$$Q_0 = -Q_H^P M_T, \quad (3.55)$$

где Q_H^P – низшая теплота сгорания топлива.

§ 3.12. Переход к дискретным алгебраическим аналогам

Дискретный аналог дифференциального уравнения (3.52) для расчетной концентрации C запишем в обобщенном виде (3.8) по схеме с разностями против потока и поправкой по степенному закону:

$$a_P C_P = a_W C_W + a_E C_E + a_S C_S + a_N C_N + a_B C_B + a_T C_T + d_P, \quad (3.56)$$

где $C_P, C_W, C_E, C_S, C_N, C_B, C_T$ – значения искомой функции в расчетном P и соседних узлах сетки, $a_P, a_W, a_E, a_S, a_N, a_B, a_T$ – коэффициенты и d_P – свободный ("источниковый") член уравнения, значения которых для каждого контрольного объема вычисляются по следующему набору формул:

$$\begin{aligned}
a_W &= \frac{\rho_w D_w}{\Delta x_w \Delta x_P} f(\text{Pe}_w) + \frac{\rho_w}{\Delta x_P} \max(u_w, 0), \\
a_E &= \frac{\rho_e D_e}{\Delta x_e \Delta x_P} f(\text{Pe}_e) + \frac{\rho_e}{\Delta x_P} \max(-u_e, 0), \\
a_S &= \frac{r_s \rho_s D_s}{r_P \Delta r_s \Delta r_P} f(\text{Pe}_s) + \frac{r_s \rho_s}{r_P \Delta r_P} \max(v_s, 0), \\
a_N &= \frac{r_n \rho_n D_n}{r_P \Delta r_n \Delta r_P} f(\text{Pe}_n) + \frac{r_n \rho_n}{r_P \Delta r_P} \max(-v_n, 0), \\
a_B &= \frac{\rho_b D_b}{r_P^2 \Delta \varphi_b \Delta \varphi_P} f(\text{Pe}_b) + \frac{\rho_b}{r_P \Delta \varphi_P} \max(w_b, 0), \\
a_T &= \frac{\rho_t D_t}{r_P^2 \Delta \varphi_t \Delta \varphi_P} f(\text{Pe}_t) + \frac{\rho_t}{r_P \Delta \varphi_P} \max(-w_t, 0), \\
a_P &= a_W + a_E + a_S + a_N + a_B + a_T + \frac{\rho_P}{\Delta \tau}, \quad d_P = \frac{\rho_P^0}{\Delta \tau} C_P^0.
\end{aligned}$$

Здесь функция выбора максимальной из двух величин a и b обозначена символом " $\max(a, b)$ ". Для повышения точности в коэффициенты дискретного уравнения (3.56) введен поправочный множитель (3.10) в виде степенной функции от сеточного числа Пекле.

Граничные условия к дифференциальному уравнению (3.52) формулируются, исходя из условия непроницаемости стен печи для химических компонентов. В этом случае производная от расчетной концентрации по нормали к границе приравнивается к нулю. Рассматривая граничные условия второго рода в дискретном виде, можно полагать, что на поверхности стен расчетная концентрация имеет такое же значение, как в ближайшем к границе узле сетки. На входе в расчетный объем значения расчетной концентрации должны быть заданы.

В каждой итерации после решения системы дискретных уравнений (3.56) определяется распределение концентрации топлива c_T и окислителя $c_{\text{ок}}$ в диффузионном факеле по величине расчетной концентрации C , а затем "источник" массы топлива по дискретному аналогу дифференциального уравнения (3.54), который имеет следующий вид:

$$M_{TP} = a_P c_{TP} - (a_W c_{TW} + a_E c_{TE} + a_S c_{TS} + a_N c_{TN} + a_B c_{TB} + a_T c_{TT}) - \frac{\rho_P^0}{\Delta \tau} c_{TP}^0.$$

Здесь коэффициенты a_P , a_W , a_E , a_S , a_N , a_B и a_T те же, что и в (3.56).

Так как при численном решении дифференциального уравнения переноса массы почти везде задаются "нежесткие" граничные условия второго рода, то форма и размеры диффузионного факела практически полностью определяются газодинамическими условиями переноса компонентов горения внутри расчетного объема. Поэтому приходится предъявлять повышенные требования к точности и стабильности численного моделирования скорости и температуры газообразной среды, от которых зависят коэффициенты дискретных уравнений (3.56).

Пример расчета интенсивности сгорания природного газа в диффузионном факеле, выполненного с помощью численной математической модели, приведен в главе 2. Как показывает сопоставление кривых на рис. 2.3, численный эксперимент существенно корректирует результаты расчета по приближенной аналитической модели.

Глава 4. ЧИСЛЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМЕНА В ПЕЧАХ И ТОПКАХ

§ 4.1. Дифференциальное уравнение переноса теплоты

Теплообмен в промышленных печах и топках называют сложным или комбинированным радиационно-конвективным теплообменом, так как в нем одновременно участвуют все три способа переноса энергии.

Дифференциальное уравнение комбинированного переноса теплоты записывается на основании закона сохранения энергии:

$$\frac{\partial \rho H}{\partial \tau} + \operatorname{div} \mathbf{q}_k + \operatorname{div} \mathbf{q}_d + \operatorname{div} \mathbf{q}_l = Q_o. \quad (4.1)$$

где H – удельная массовая энтальпия газообразной среды, \mathbf{q}_k , \mathbf{q}_d , \mathbf{q}_l – векторы плотности потоков теплоты, переносимой конвекцией, диффузионными процессами и излучением соответственно; Q_o – источник теплоты в единице объема за единицу времени; div – символ математической операции дивергенции.

Вектор плотности теплового потока в процессе конвекции определяется переносом теплоты движущимися объемами среды через единицу площади по аналогии с (3.3):

$$\mathbf{q}_k = \rho \mathbf{v} H, \quad (4.2)$$

где ρ – плотность; \mathbf{v} – вектор скорости.

Следует иметь в виду, что величина удельной массовой энтальпии H высокотемпературной газообразной среды складывается из физического теплосодержания, определяемого как произведение массовой удельной теплоемкости c (при постоянном давлении) на температуру t в градусах Цельсия ($^{\circ}\text{C}$), и скрытой теплоты диссоциации $H_{\text{дис}}$ трехатомных газов:

$$H = ct + H_{\text{дис}}, \quad (4.3)$$

Поэтому и диффузионный перенос теплоты следует рассматривать как суммарный результат теплопроводности газообразной среды и диффузии продуктов диссоциации трехатомных газов:

$$\mathbf{q}_d = \mathbf{q}_T + \mathbf{q}_{\text{дис}}.$$

Здесь вектор плотности теплового потока теплопроводности (кондуктивный), определяется по закону Фурье,

$$\mathbf{q}_T = -\lambda \operatorname{grad} t, \quad (4.4)$$

где λ – коэффициент теплопроводности, который можно выразить через коэффициент температуропроводности a следующим образом:

$$\lambda = \rho c a .$$

В качестве дополнительного учитывается вектор плотности диффузионного потока энергии диссоциации трехатомных газов,

$$\mathbf{q}_{\text{дис}} = -\rho D \text{grad} H_{\text{дис}}, \quad (4.5)$$

где теплота диссоциации $H_{\text{дис}}$ определяется по массовой доле диссоциированных газов $m_{\text{дис}}$ и их теплоте «сгорания» $Q_{\text{дис}}$:

$$H_{\text{дис}} = m_{\text{дис}} Q_{\text{дис}} .$$

Так как в турбулентном потоке коэффициенты переноса теплоты и массы практически одинаковы, объединим выражения (4.4) и (4.5) в единую формулу:

$$\mathbf{q}_d = -\rho a_{\text{эф}} (\text{grad} H - t \text{grad} c), \quad (4.6)$$

где $a_{\text{эф}}$ – эффективный коэффициент температуропроводности, учитывающий молекулярный и турбулентный перенос теплоты:

$$a_{\text{эф}} = a + \frac{\nu_T}{Pr_T} .$$

Здесь ν_T – турбулентный аналог кинематического коэффициента вязкости, Pr_T – турбулентное число Прандтля ($Pr_T = 0,75 \dots 0,85$). Второе слагаемое в (4.6) учитывается лишь в случае необходимости.

Уравнение (4.1) отличается от аналогичного уравнения (3.1) не только новыми обозначениями, но и появлением дополнительного слагаемого $\text{div} \mathbf{q}_l$, учитывающего радиационный (или лучистый) перенос энергии. Это слагаемое можно представить в соответствии с законом сохранения лучистой энергии в следующем виде [68]:

$$\text{div} \mathbf{q}_l = 4\sigma (\alpha_p T^4 - \alpha T_l^4), \quad (4.7)$$

где σ – постоянная Стефана–Больцмана, α_p , α – соответственно планковский и локальный коэффициенты поглощения лучистой энергии трехатомными газами, T – локальная термодинамическая температура, характеризующая собственное излучение газов, T_l – лучистая температура, характеризующая объемную плотность лучистой энергии U_l , проходящей со скоростью света c_l через расчетную точку по всем направлениям в пределах сферического телесного угла [69]:

$$T_l^4 = \frac{c_l U_l}{4\sigma} . \quad (4.8)$$

Первое слагаемое в правой части равенства (4.7) выражает количественно энергию собственного излучения, а второе слагаемое – поглощаемую лучистую энергию (в единице объема за единицу времени).

С учетом выражений (4.2) – (4.8) уравнение сохранения энергии (4.1) превращается в дифференциальное уравнение переноса теплоты:

$$\frac{\partial \rho c H}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u H}{\partial x} + \frac{\partial r \rho v H}{r \partial r} + \frac{\partial \rho w H}{r \partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho a_{\text{эф}} \frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{r \partial r} \left(r \rho a_{\text{эф}} \frac{\partial H}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\rho a_{\text{эф}} \frac{\partial H}{r \partial \varphi} \right) = 4\sigma \left(\alpha_{\text{л}} T_{\text{л}}^4 - \alpha_{\text{п}} T^4 \right) + Q_0, \quad (4.9)$$

В уравнении (4.9) содержатся три неизвестные функции: энтальпия H , термодинамическая температура T и лучистая температура $T_{\text{л}}^4$. Первые две из них связаны между собой соотношением (4.3).

Выбор в уравнении (4.9) термодинамической температуры T в качестве искомой функции приводит к тому, что при переходе к дискретному аналогу приходится рассматривать теплоемкость как коэффициент и определять ее не в тех же узлах сетки, что и температуру, а в точках, лежащих на гранях контрольных объемов. Естественно, что такая дискретизация способствует появлению ошибки вычисления в области топливного факела, где температура в пространстве быстро изменяется. Погрешность расчета возрастает также из-за того, что перенос скрытой теплоты диссоциации трехатомных газов в процессе диффузии в этом случае не учитывается.

Поэтому выбор в уравнении (4.9) энтальпии H в качестве искомой функции более предпочтителен. Чтобы его реализовать, необходимо преобразовать термодинамическую температуру в четвертой степени T^4 в радиационном члене дифференциального уравнения в выражение, содержащее энтальпию. Казалось бы, для этого достаточно, рассматривая термодинамическую температуру в первой степени как множитель, заменить ее выражением по формуле (4.3):

$$T^4 = T^3 T = \left[(H - H_{\text{дис}}) / c + T_0 \right] T^3,$$

где T_0 – термодинамическая температура, соответствующая нулю по шкале Цельсия ($T_0 = 273,15$ К).

Но в этом случае в свободный (источниковый) член дискретного уравнения войдет слагаемое $-T_0 T^3$, большое по величине и с отрицательным знаком перед ним, что противоречит правилам построения

дискретных аналогов и, по всей вероятности, приведет к потере сходимости в итерационном процессе. Увеличение термодинамической температуры в слагаемом $-T_0 T^3$ приводило бы к уменьшению свободного члена дискретного уравнения и, в результате, к непропорциональному снижению величины вычисляемой энтальпии H .

Чтобы уменьшить величину отрицательного слагаемого в источниковом члене дискретного уравнения, запишем четвертую степень термодинамической температуры в виде следующего преобразования:

$$T^4 = t(T^3 + T^2 T_0 + T T_0^2 + T_0^3) + T_0^4,$$

в правую часть которого можно ввести энтальпию H :

$$T^4 = (H - H_{\text{дис}}) (T^3 + T^2 T_0 + T T_0^2 + T_0^3) / c + T_0^4. \quad (4.10)$$

Несмотря на некоторую громоздкость записи (4.10), она в полной мере соответствует своему назначению. После подстановки ее в дифференциальное уравнение (4.9) все его основные члены будут содержать искомую функцию H . Источник Q_0 в дифференциальном уравнении (4.9) не зависит от энтальпии H и вычисляется по формуле (3.55) третьей главы.

Возможность и способы учета радиационного переноса энергии с помощью лучистой температуры $T_{\text{л}}^4$ в правой части уравнения (4.9) требуют специального рассмотрения.

§ 4.2. Закономерности радиационного переноса энергии

Сложность математического моделирования теплообмена излучением заключается в многомерности задачи, так как необходимо учитывать не только собственное излучение каждого элемента селективной газообразной среды, но и частичное поглощение энергии лучей, проходящих через него по всем направлениям в пределах сферического телесного угла. Селективность означает, что излучение и поглощение лучистой энергии в спектре трехатомных газов происходит крайне неравномерно в линиях спектра, сгруппированных в полосы.

Для энергии луча, проходящей через единицу площади за единицу времени по направлению единичного вектора l в пределах единичного телесного угла, применяют понятие интенсивности излучения I_l . При этом телесный угол ω определяют в локальной сферической системе координат [68] как

$$d\omega = d\theta \cdot \sin \theta d\varphi, \quad (4.11)$$

где φ – меридиональный и θ – азимутальный угол.

Плотность результирующего потока излучения q_n по определению зависит от распределения интенсивности интегрального (по спектру) излучения по сферическому телесному углу $\omega = 4\pi$:

$$q_n \equiv \int_{(4\pi)} I_l \cos\varphi d\omega, \quad (4.12)$$

где φ — угол между направлениями луча l и вектора плотности результирующего потока излучения q_n .

В то же время плотность результирующего потока излучения q_n может быть найдена как разность поверхностных плотностей полусферических потоков излучения в положительном E_+ и отрицательном направлении E_- ,

$$q_n = E_+ - E_-,$$

причем поверхностные плотности потоков излучения определяются интегрированием по полусферическому телесному углу $\omega = \pm 2\pi$:

$$E_{\pm} \equiv \int_{(\pm 2\pi)} |I_l| \cos\varphi d\omega. \quad (4.13)$$

Собственное излучение газообразной среды считается пропорциональным равновесному (или черному) излучению, интенсивность которого I_0 по всем направлениям одинакова. Подставляя интенсивность равновесного излучения в формулу (4.13), получают соотношение:

$$E_0 = \int_{(2\pi)} I_0 \cos\varphi d\omega = \pi I_0. \quad (4.14)$$

Следовательно, закон Стефана–Больцмана для интенсивности равновесного излучения будет иметь следующий вид:

$$I_0 = \frac{\sigma}{\pi} T^4. \quad (4.15)$$

Полезно отметить, что объемная плотность лучистой энергии U_n определяется интегрированием локальной интенсивности излучения по сферическому телесному углу. Следовательно, и определение лучистой температуры T_n^4 в соответствии с формулой (4.8) можно представить с помощью интеграла:

$$T_n^4 \equiv \frac{1}{4\pi} \int_{(4\pi)} I_l d\omega. \quad (4.16)$$

Учитывая повышенную сложность постановки задачи в общем виде, ограничимся рассмотрением переноса лучистой энергии в погло-

щающей среде, где рассеянием излучения можно пренебречь. Запишем дифференциальное уравнение переноса монохроматической лучистой энергии по направлению луча [68], которое лежит в основе большинства расчетных методов:

$$\frac{\partial I_{\nu}}{\partial l} = \alpha_{\nu}(I_{0\nu} - I_{\nu}), \quad (4.17)$$

где I_{ν} – интенсивность монохроматической лучистой энергии (с частотой ν) по направлению l , $I_{0\nu}$ – интенсивность равновесного (черного) монохроматического излучения при локальной температуре среды, α_{ν} – спектральный коэффициент поглощения.

Численное интегрирование уравнения (4.17) по спектру, по длине луча и, в соответствии с формулой (4.12), по сферическому телесному углу позволяет определить путем итераций распределение вектора плотности результирующего потока излучения в расчетном объеме, вычислить его дивергенцию, а затем и термодинамическую температуру. Существует несколько способов решения этой задачи, из которых наиболее известным является зональный метод, предполагающий учет обмена лучистой энергией между всеми зонами в расчетном объеме при разделении спектра селективных газов на сотни малых частей.

Оказалось, что такой подход к решению задачи не дает достаточно точной оценки тепловыделения факела и конвективного теплопереноса, так как плохо сочетается с вычислительными возможностями методов численного решения дифференциальных уравнений газовой динамики. Кроме того, согласно [70], зональный расчет в общем случае не вполне корректен, сопровождается рядом допущений и соответственно погрешностью.

Альтернативу применяемым подходам могут составить более простые методы на основе дифференциальных уравнений радиационного переноса. В их основе лежит приближенная градиентная формула, полученная астрофизиком Росселандом применительно к исследованию фотосферы звезд [71]. Выразив интенсивность излучения I_{ν} из уравнения (4.17), представив ее в тензорной форме и проинтегрировав по телесному углу и спектру, Росселанд получил приближенную формулу для вектора плотности результирующего потока излучения:

$$\mathbf{q}_{\perp} = -\frac{c_{\perp}}{3\alpha_R} \text{grad} U_{\perp}. \quad (4.18)$$

где c_{\perp} – скорость света, U_{\perp} – объемная плотность лучистой энергии, α_R – Росселандовский (по спектру) коэффициент поглощения.

Хотя сравнительно простые градиентные выражения, подобные формуле Росселанда, нашли применение в методе диффузионного приближения и P_1 -приближении метода сферических гармоник [72], оказалось, что для построения современных математических моделей требуется более точная формулировка закономерностей радиационного переноса. Известные попытки разработать инженерные методы расчета радиационного теплообмена на основе диффузионного приближения [69] не получили широкого применения из-за недостаточной точности расчетных уравнений.

Поэтому представляется актуальной задача, установив и в основном устранив источники погрешностей диффузионного приближения, предложить эффективный алгоритм численного решения дифференциальных уравнений радиационного переноса с граничными условиями, учитывающими специфику теплообмена в промышленных печах и топках.

§ 4.3. Уточнение уравнений радиационного переноса

Чтобы понизить размерность задачи, запишем дифференциальное уравнение (4.17) применительно к поглощающей среде с осредненными по спектру коэффициентами поглощения:

$$\frac{\partial I_l}{\partial l} = \alpha_{\text{п}} I_0 - \alpha I_l, \quad (4.19)$$

где I_l – локальная интенсивность излучения по направлению l , I_0 – интегральная по спектру интенсивность равновесного (черного) излучения при локальной температуре поглощающей среды, $\alpha_{\text{п}}$ – планковский коэффициент поглощения (средний по черному спектру), α – локальный коэффициент поглощения.

Первое слагаемое в правой части уравнения (4.19) выражает количественно энергию собственного излучения среды, а второе слагаемое – поглощаемую лучистую энергию (за единицу времени на единичной длине луча).

Следуя Росселанду [71], в качестве расчетного эквивалента звездных фотосфер будем рассматривать гипотетическую неограниченную среду, в которой отсутствуют сосредоточенные источники тепловыделения и температурное поле описывается гладкими бесконечно дифференцируемыми функциями. Запишем выражение для интенсивности излучения в поглощающей среде, используя уравнение (4.19):

$$I_l = \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} I_0 - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial I_l}{\partial l}.$$

В [73] было показано, что, многократно дифференцируя это уравнение по длине луча и подставляя последовательно каждое полученное выражение для старших производных от интенсивности излучения I_l в предшествующее равенство, можно представить интенсивность излучения в форме ряда:

$$I_l = \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} \left(I_0 - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial I_0}{\partial l} + \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 I_0}{\partial l^2} - \frac{1}{\alpha^3} \frac{\partial^3 I_0}{\partial l^3} + \frac{1}{\alpha^4} \frac{\partial^4 I_0}{\partial l^4} - \dots \right). \quad (4.20)$$

Для упрощения записи коэффициенты поглощения при дифференцировании принимались постоянными. Члены ряда (4.20) с производными высших порядков прогнозируют изменение температурного поля при удалении от расчетной точки и, следовательно, учитывают излучение, поступающее из отдаленных областей среды. Соотношение коэффициентов поглощения $\alpha_{\text{п}}/\alpha$ показывает, какую долю лучистая энергия изотермической неограниченной среды занимает в спектре равновесного (черного) излучения.

По своему физическому смыслу ряд (4.20) сходится при конечных коэффициентах поглощения и ограниченных по величине производных от интенсивности излучения I_l , что соответствует условиям теплообмена в неограниченной среде. Сходимость ряда позволяет производить над ним математические операции. В частности, возможно его почленное интегрирование по телесному углу, так как интенсивность равновесного излучения I_0 , которую содержат все члены ряда, одинакова для всех направлений лучей.

Чтобы получить разложение в ряд лучистой температуры, заменим в (4.20) производные по направлению l производными по декартовым координатам x, y, z , используя математический оператор

$$\frac{\partial}{\partial l} \equiv \frac{\partial}{\partial x} \cos(l, x) + \frac{\partial}{\partial y} \cos(l, y) + \frac{\partial}{\partial z} \cos(l, z).$$

Пусть в локальной сферической системе координат (l, φ, θ) направление луча l составляет угол φ с осью x декартовой системы координат. При этом косинусы углов между направлением l и остальными двумя осями координат также могут быть представлены в сферической системе координат следующими равенствами:

$$\cos(l, y) = \sin\varphi \cdot \cos\theta, \quad \cos(l, z) = \sin\varphi \cdot \sin\theta.$$

Проинтегрируем ряд почленно по сферическому телесному углу $\omega = 4\pi$, согласно (4.16), учитывая при этом, что производные от интен-

сивности равновесного излучения по координатам могут быть вынесены за знак интеграла как постоянные величины. Заменяя интенсивность равновесного излучения локальной температурой среды (4.15), получим выражение для лучистой температуры в неограниченной среде в форме ряда:

$$T_{\text{ло}}^4 = \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} \left\{ T^4 + \frac{1}{3\alpha^2} \left(\frac{\partial^2 T^4}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T^4}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T^4}{\partial z^2} \right) \right\} + \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} \left\{ \frac{1}{5\alpha^4} \left(\frac{\partial^4 T^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 T^4}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 T^4}{\partial z^4} + 2 \frac{\partial^4 T^4}{\partial x^2 \partial y^2} + 2 \frac{\partial^4 T^4}{\partial y^2 \partial z^2} + 2 \frac{\partial^4 T^4}{\partial z^2 \partial x^2} \right) + \dots \right\}. \quad (4.21)$$

Почленное интегрирование ряда (4.20) по сферическому телесному углу $\omega = 4\pi$ после его умножения на $\cos\varphi$, дает, согласно (4.12), выражение для проекции на ось x вектора плотности результирующего потока излучения в неограниченной среде:

$$q_{\text{ло}x} = -4\sigma \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} \left\{ \frac{1}{3\alpha} \frac{\partial T^4}{\partial x} + \frac{1}{5\alpha^3} \left(\frac{\partial^3 T^4}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 T^4}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 T^4}{\partial z^2 \partial x} \right) \right\} - 4\sigma \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} \left\{ \frac{1}{7\alpha^5} \left(\frac{\partial^5 T^4}{\partial x^5} + \frac{\partial^5 T^4}{\partial x \partial y^4} + \frac{\partial^5 T^4}{\partial z^4 \partial x} + 2 \frac{\partial^5 T^4}{\partial x \partial y^2 \partial z^2} + 2 \frac{\partial^5 T^4}{\partial x^3 \partial y^2} + 2 \frac{\partial^5 T^4}{\partial z^2 \partial x^3} \right) + \dots \right\}.$$

Аналогичные выражения для проекций вектора плотности потока результирующего излучения в неограниченной среде на оси y , z можно получить круговой заменой обозначений осей координат:

$$q_{\text{ло}y} = -4\sigma \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} \left\{ \frac{1}{3\alpha} \frac{\partial T^4}{\partial y} + \frac{1}{5\alpha^3} \left(\frac{\partial^3 T^4}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 T^4}{\partial y \partial z^2} + \frac{\partial^3 T^4}{\partial x^2 \partial y} \right) \right\} - 4\sigma \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} \left\{ \frac{1}{7\alpha^5} \left(\frac{\partial^5 T^4}{\partial y^5} + \frac{\partial^5 T^4}{\partial y \partial z^4} + \frac{\partial^5 T^4}{\partial x^4 \partial y} + 2 \frac{\partial^5 T^4}{\partial x^2 \partial y \partial z^2} + 2 \frac{\partial^5 T^4}{\partial y^3 \partial z^2} + 2 \frac{\partial^5 T^4}{\partial x^2 \partial y^3} \right) + \dots \right\},$$

$$q_{\text{ло}z} = -4\sigma \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} \left\{ \frac{1}{3\alpha} \frac{\partial T^4}{\partial z} + \frac{1}{5\alpha^3} \left(\frac{\partial^3 T^4}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 T^4}{\partial z \partial x^2} + \frac{\partial^3 T^4}{\partial y^2 \partial z} \right) \right\} - 4\sigma \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} \left\{ \frac{1}{7\alpha^5} \left(\frac{\partial^5 T^4}{\partial z^5} + \frac{\partial^5 T^4}{\partial z \partial x^4} + \frac{\partial^5 T^4}{\partial y^4 \partial z} + 2 \frac{\partial^5 T^4}{\partial x^2 \partial y^2 \partial z} + 2 \frac{\partial^5 T^4}{\partial z^3 \partial x^2} + 2 \frac{\partial^5 T^4}{\partial y^2 \partial z^3} \right) + \dots \right\}.$$

Аналогичный, но несколько более сложный вид имеют выражения плотности результирующего потока излучения в неограниченной среде при переменных коэффициентах поглощения.

Почленное дифференцирование ряда (4.21) позволяет установить связь между первыми производными термодинамической и лучистой температур и ввести первую производную лучистой температуры в уравнения для компонент плотности результирующего потока излучения. Полученное математическое выражение для i -ой составляющей вектора плотности результирующего потока излучения $\mathbf{q}_{\text{ло}}$ в неограниченной среде отличается от формулы Росселанда (4.18) остатком ряда, члены которого содержат старшие производные от термодинамической температуры T в четвертой степени:

$$q_{\text{ло}i} = -\frac{4\sigma}{3\alpha} \frac{\partial T_{\text{ло}}^4}{\partial x_i} - 4\sigma \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} \left\{ \frac{4}{45\alpha^3} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^3 T^4}{\partial x_i \partial x_j^2} + \frac{8}{105\alpha^5} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^5 T^4}{\partial x_i \partial x_j^4} + \dots \right\}.$$

Здесь введены координаты с индексами, заменяющие обозначения осей декартовой системы координат: $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$.

Можно получить оценку остатка ряда в фигурных скобках этого равенства. Для этого следует принять во внимание, что численные коэффициенты перед старшими производными, близкие к указанным в фигурных скобках, дает интегрирование по сферическому телесному углу ряда (4.20) после умножения его на $\cos^8 \varphi$. В то же время оценка величины этого интеграла представляется выражением

$$\int_{(4\pi)} I_i \cos^8 \varphi d\omega \approx \frac{4\sigma}{9} T_{\text{ло}}^4,$$

производную от которого по осям координат можно использовать для исключения старших производных из остатка ряда. В итоге получим уточненное дифференциальное выражение для вектора плотности результирующего потока излучения в неограниченной поглощающей среде:

$$\mathbf{q}_{\text{ло}} = -\frac{4\sigma}{3\alpha} \text{grad} T_{\Sigma}^4, \quad (4.22)$$

в которое введена расчетная величина T_{Σ}^4 , названная определяющей температурой [67]:

$$T_{\Sigma}^4 \equiv T_{\text{ло}}^4 + \frac{1}{3} \left(T_{\text{ло}}^4 - \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} T^4 \right). \quad (4.23)$$

Она придает расчетной формуле (4.22) более простой вид, свойственный диффузионному приближению, но в отличие от него позволяет

учитывать суммарное влияние полей как лучистой, так и термодинамической температуры на результирующий поток излучения. Повышенная точность формулы (4.22) заметно проявляется вблизи стен печи и поверхности слоя технологического материала, где градиенты лучистой и термодинамической температур заметно различаются.

Определяющую температуру T_{Σ}^4 введем в дифференциальное уравнение сохранения лучистой энергии (4.7) вместо лучистой температуры $T_{л}^4$, изменив в нем числовой множитель:

$$\operatorname{div} \mathbf{q}_{\text{ло}} = 3\sigma(\alpha_{\text{п}} T^4 - \alpha T_{\Sigma}^4). \quad (4.24)$$

Подстановка в (4.24) выражения (4.22) приводит к дифференциальному уравнению переноса лучистой энергии в неограниченной поглощающей среде (в цилиндрических координатах x, r, φ):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T_{\Sigma}^4}{\alpha \partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{\Sigma}^4}{\alpha \partial r} \right) + \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\frac{\partial T_{\Sigma}^4}{\alpha r \partial \varphi} \right) + \frac{9}{4} (\alpha_{\text{п}} T^4 - \alpha T_{\Sigma}^4) = 0. \quad (4.25)$$

Следует учитывать, что имеется различие между потоками эффективного излучения на поверхности стен и поступающего от гипотетической неограниченной среды. Чтобы одинаковое поглощение лучистой энергии обеспечивало совпадение температурных полей в гипотетической неограниченной и в реальной ограниченной среде, вводится понятие потока дополнительного излучения. Тогда граничные значения определяющей температуры в дифференциальном уравнении переноса лучистой энергии (4.25) могут приниматься в какой-то мере произвольно, так как их неточность компенсируется изменением расчетного значения дополнительного излучения. Например, удобно установить на граничной поверхности равенство определяющей и термодинамической температур, возведенных в четвертую степень и умноженных на соответствующие коэффициенты поглощения:

$$\alpha T_{\Sigma \text{Гр}}^4 = \alpha_{\text{п}} T_{\text{ст}}^4, \quad (4.26)$$

где $T_{\text{ст}}$ – термодинамическая температура ограждающей поверхности.

В этом случае, умножив ряд (4.20) на $\cos \varphi$ и интегрируя его почленно по полусферическому телесному углу, можно получить выражение в форме ряда для поверхностной плотности падающего потока излучения $E_{\text{пад}}$. Сравнивая результат с разложением в ряд плотности результирующего потока излучения $q_{\text{ло}}^{\text{рп}}$ на граничной поверхности, получим формулу для расчета поверхностной плотности потока излучения, падающего из расчетного объема на граничную поверхность:

$$E_{\text{пад}} \approx \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} \sigma T_{\text{ст}}^4 + \frac{1}{2} q_{\text{лю}}^{\text{гр}}. \quad (4.27)$$

Предполагается, что ограниченная среда имеет достаточно большую оптическую толщину, так что дополнительное излучение, исходящее от противоположной границы, полностью поглощается в расчетном объеме.

Плотность потока эффективного излучения, состоящего из собственной и отраженной лучистой энергии, определяется на поверхности серой стенки известной формулой [68]:

$$E_{\text{эф}} = \frac{\alpha_{\text{п}}}{\alpha} \sigma T_{\text{ст}}^4 + \left(\frac{1}{\varepsilon_{\text{ст}}} - 1 \right) q_{\text{л}}^{\text{гр}}, \quad (4.28)$$

где $\varepsilon_{\text{ст}}$ – степень черноты непрозрачной стенки, $q_{\text{л}}^{\text{гр}}$ – плотность потока результирующего излучения от газов к стенке. Соотношение коэффициентов поглощения, введенное в эту формулу, соответствует ее применению в пределах полос поглощения газообразной среды, так что разность поверхностных плотностей падающего $E_{\text{пад}}$ и эффективного $E_{\text{эф}}$ потоков излучения дает расчетную формулу для плотности потока результирующего излучения на стенке в пределах полос поглощения:

$$q_{\text{л}}^{\text{ст}} = q_{\text{лю}}^{\text{гр}} \varepsilon_{\text{ст}} / 2. \quad (4.29)$$

Существенным недостатком такого подхода является необходимость рассчитывать поглощение дополнительного излучения, что не только усложняет алгоритм, но и вносит новую погрешность в математическую модель радиационно-конвективного теплообмена.

§ 4.4. Модель спектра поглощения для неограниченной среды

В инженерной практике принято вычислять коэффициенты поглощения лучистой энергии, спектральный состав которой соответствует черному излучению [74]. Так как спектр поглощения газообразной среды состоит из полос и линий, то есть является селективным, значительная часть черного излучения проходит через нее в «окнах» спектра практически не поглощаясь. Локальные коэффициенты поглощения трехатомных газов, вычисленные по методике [74], всегда меньше соответствующих им планковских коэффициентов, что не отвечает физическому содержанию уравнения (4.19).

Поскольку в математической модели дифференциальное уравнение (4.19) применяется к неограниченной среде, в которой отсутству-

ют внешние источники излучения, то и локальный коэффициент поглощения α следует вычислять по спектральному составу собственно излучения газообразной среды.

Рассмотрим один из возможных способов определения локальных коэффициентов поглощения трехатомных газов. Применяя дифференциальное уравнение (4.19) к слою изотермических газов, из которого выходит луч интенсивностью I_l , и рассматривая соотношение I_l/I_0 как степень черноты слоя, равную в условиях теплового равновесия его поглощательной способности A_Γ , можно связать ее с локальным коэффициентом α_Γ поглощения лучистой энергии, спектральный состав которой соответствует собственному излучению этого слоя газов:

$$\alpha_\Gamma = \left(\alpha_\Pi - \frac{\partial A_\Gamma}{\partial l} \right) / A_\Gamma . \quad (4.30)$$

Поглощательная способность трехатомных газов достаточно полно изучена экспериментально [68], производная от нее определяется численным дифференцированием. Полученные по уравнению (4.30) значения локальных коэффициентов поглощения углекислого газа, водяного пара и диоксида серы оказались в несколько раз больше соответствующих планковских коэффициентов поглощения. В результате физический смысл соотношения коэффициентов поглощения α_Π/α в (4.20) как доли энергии спектра равновесного излучения, соответствующей области поглощения селективной газообразной среды, получил количественное подтверждение.

Для характеристики поглощения неограниченной селективной среды в наибольшей мере подходит модель антисерого спектра [70], содержащего линии и полосы, в которых спектральная интенсивность излучения достигает равновесных значений, а поглощательная способность равна единице. При этом множитель, равный соотношению коэффициентов поглощения α_Π/α , выделяет в потоке эффективного излучения стен $E_{эф}$ ту ее часть, которая соответствует полосам поглощения газообразной среды, что и позволяет включить ее в математическую модель излучения антисерой среды. На промежутки между полосами поглощения приходится доля энергии спектра равновесного излучения $(1-\alpha_\Pi/\alpha)$; в них поглощательная способность антисерой среды равна нулю. В «окнах» антисерого спектра происходит прямой обмен лучистой энергией между футеровкой и технологическим материалом в промышленных печах.

§ 4.5. Радиационный перенос в ограниченном объеме

Чтобы исключить из расчета дополнительное излучение, целесообразно вычислять граничные значения лучистой температуры $T_{л.гр}$ с учетом эффективного излучения стен, применив, например, равенство, предложенное в [69],

$$4\sigma T_{л.гр}^4 = m_{эф} E_{эф} + m_{пад} E_{пад},$$

где $m_{эф}$ и $m_{пад}$ – соотношение интегралов по полусферическому телесному углу, определяющих объемную и поверхностную плотность лучистой энергии:

$$m \equiv \frac{\int_{(2\pi)} I_I d\omega}{\int_{(2\pi)} I_I |\cos \phi| d\omega}.$$

Схема потоков лучистой энергии на поверхности стен приведена на рис. 4.1. Для диффузно излучающей и отражающей поверхности соотношение $m_{эф} = 2$. В случае падающего излучения величина $m'_{пад} = 2$ справедлива только для первого слагаемого в правой части формулы (4.27) для $E_{пад}$. Неопределенным остается множитель $m''_{пад}$ для второго слагаемого; ему можно дать лишь приближенную оценку $m''_{пад} \approx 4/3$, исходя из соотношения коэффициентов перед соответствующими производными в разложениях $T_{ло}^4$ и $q_{ло}$ в ряд.

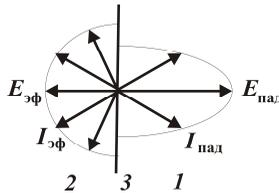


Рис. 4.1. Схема потоков излучения на поверхности стенки:

1 – падающее излучение, 2 – эффективное излучение, 3 – поверхность стенки

Так как определяющая температура в ограниченном объеме поглощающей среды учитывает наложение дополнительного излучения на излучение неограниченной среды, ей дано соответствующее обозначение T_s . Подставляя выражения (4.27) и (4.28) для $E_{пад}$ и $E_{эф}$ в последнее равенство и учитывая, что определяющая температура T_s вычисляется аналогично T_{Σ} в формуле (4.23),

$$T_s^4 = T_l^4 + \frac{1}{3} \left(T_l^4 - \frac{\alpha_{п}}{\alpha} T^4 \right), \quad (4.31)$$

получим уравнение для расчета определяющей температуры на границе расчетного объема:

$$\sigma T_{s\text{ст}}^4 = \sigma T_{\Sigma\text{гр}}^4 + (\kappa - \varepsilon_{\text{ст}}/3) q_{\text{лс}}^{\text{гп}}, \quad (4.32)$$

где κ – эмпирический корректирующий коэффициент, зависящий от величины $m''_{\text{пад}}$. Например, при $m''_{\text{пад}} \approx 4/3$ он имеет значение $\kappa = 5/9$.

При расчете плотности потока результирующего излучения в ограниченном объеме поглощающей среды применим градиентное выражение по аналогии с формулой (4.22):

$$\mathbf{q}_{\text{лс}} = -\frac{4\sigma}{3\alpha} \text{grad} T_s^4, \quad (4.33)$$

Строго говоря, оно справедливо лишь для неограниченной среды и дает заметную ошибку вблизи стен, ограждающих расчетный объем, завывая расчетный поток излучения. Поэтому для ограниченного объема печей и топок следует, в соответствии с [75], вводить поправку $\delta \mathbf{q}_{\text{л}}$ в дифференциальное уравнение сохранения лучистой энергии (4.24):

$$\text{div}(\mathbf{q}_{\text{лс}} + \delta \mathbf{q}_{\text{л}}) = 3\sigma(\alpha_{\text{п}} T^4 - \alpha T_s^4). \quad (4.34)$$

На поверхности стенки поправка $\delta q_{\text{л}}^{\text{гп}}$ равна разности плотностей потоков излучения газообразной среды: результирующего потока $q_{\text{л}}^{\text{гп}}$, определенного по выражению (4.29), и его приближенного значения $q_{\text{лс}}^{\text{гп}}$, рассчитанного по формуле (4.33). Вблизи стен поправка может быть найдена с достаточной технической точностью, например, с помощью экспоненциального закона поглощения лучистой энергии:

$$\delta q_{\text{л}} = \delta q_{\text{л}}^{\text{гп}} \cdot \exp(-1,8\alpha y),$$

где y – расстояние по нормали к стенке.

Преимущество формулировки граничных условий (4.32) состоит в том, что она дает возможность выбирать величину корректирующего множителя κ в зависимости от условий теплообмена. Например, можно подобрать такое значение множителя κ_{max} , при котором поправка $\delta \mathbf{q}_{\text{л}}$ станет равной нулю и выпадет из расчетных уравнений. Точность полученных результатов можно контролировать, сравнивая величины плотности результирующего потока излучения $q_{\text{лс}}^{\text{гп}}$ по формуле (4.33) и $q_{\text{л}}^{\text{гп}}$ по формуле (4.29).

Дифференциальное уравнение переноса излучения в ограниченном объеме вращающейся печи в цилиндрических координатах является

результатом подстановки градиентного выражения (4.33) в уравнение сохранения лучистой энергии (4.24):

$$\begin{aligned} \frac{4\sigma}{3} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_s^4}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{r \partial r} \left(r \frac{\partial T_s^4}{\alpha \partial r} \right) + \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\frac{\partial T_s^4}{\alpha r \partial \varphi} \right) \right\} + 3\sigma (\alpha_{\Pi} T^4 - \alpha T_s^4) = \\ = \delta q_{\text{лх}}^{\text{сг}} \frac{\partial}{\partial x} \exp(-1,8\alpha \Delta x) + \delta q_{\text{лр}}^{\text{сг}} \frac{\partial}{r \partial r} r \exp(-1,8\alpha \Delta r), \end{aligned} \quad (4.35)$$

где $\delta q_{\text{лх}}^{\text{сг}}$ и $\delta q_{\text{лр}}^{\text{сг}}$ – поправки к плотности теплового потока на поверхности стен по осям x и r , Δx и Δr – расстояние по нормали к стенам.

Таким образом, предлагается следующая последовательность реализации математической модели теплообмена излучением. Сначала численно решается дифференциальное уравнение (4.25) переноса лучистой энергии в неограниченной поглощающей среде при граничных условиях (4.26). На этом этапе вычисляется на поверхности стен плотность потока излучения гипотетической неограниченной среды $q_{\text{ло}}^{\text{сг}}$ по дискретному аналогу формулы (4.22) и плотность результирующего потока излучения $q_{\text{л}}^{\text{сг}}$ по соотношению (4.29). Затем определяются граничные условия (4.32) и численно решается дифференциальное уравнение (4.35) переноса лучистой энергии в ограниченном объеме поглощающей среды. Правильность выбора коэффициента k в граничных условиях (4.32) и точность полученных результатов можно контролировать, сопоставляя плотности потока результирующего излучения $q_{\text{л}}^{\text{сг}}$ по формуле (4.22) и $q_{\text{лс}}^{\text{сг}}$ по (4.33), определяющие величину поправки $\delta q_{\text{лх}}^{\text{сг}}$ и $\delta q_{\text{лр}}^{\text{сг}}$ в дифференциальном уравнении (4.35). Изложенному здесь алгоритму можно дать название SMART (Superposition Method Applied to Radiative Transfer).

Вычисленные значения определяющей температуры T_s^4 используются для нахождения поля термодинамической температуры при численном решении дифференциального уравнения радиационно-конвективного переноса теплоты, которое отличается от (4.9) лишь формой записи радиационного члена:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho c H}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u H}{\partial x} + \frac{\partial \rho v H}{r \partial r} + \frac{\partial \rho w H}{r \partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho a \frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{r \partial r} \left(r \rho a \frac{\partial H}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\rho a \frac{\partial H}{r \partial \varphi} \right) = \\ = 3\sigma (\alpha T_s^4 - \alpha_{\Pi} T^4) + Q_0, \end{aligned} \quad (4.36)$$

где H – удельная массовая энтальпия газообразной среды, τ – время, u, v, w – компоненты скорости, ρ – плотность газообразной среды, c – удельная массовая теплоемкость при постоянном давлении, a – коэффициент температуропроводности, учитывающий интенсивности как молекулярного, так и турбулентного переноса теплоты, Q_0 – тепловыделение в единице объема за единицу времени.

Следует обратить внимание на характерную особенность конвективных членов дифференциального уравнения переноса теплоты (4.36). В них входит произведение плотности газообразной среды ρ на энтальпию H или, если учесть равенство (4.3), то, в конечном счете, на термодинамическую температуру T . При моделировании процессов в газообразной среде нужно учитывать, что плотность газов изменяется обратно пропорционально температуре T в соответствии с уравнением состояния идеального газа. Очевидно, что при умножении на плотность искомая температура T в конвективных членах уравнения (4.36) сократится согласно следующему равенству:

$$\rho c T = \rho_0 c T_0,$$

где ρ_0 – плотность при нормальных условиях (находится по составу газов), T_0 – термодинамическая температура, соответствующая нулю по шкале Цельсия.

Чтобы устранить эту проблему и предотвратить ухудшение сходимости итераций, особенно при резком изменении физических свойств газообразной среды в факеле, целесообразно вводить в конвективные члены уравнения компоненты не линейной, а массовой скорости (ρu) , (ρv) и (ρw) , рассчитанные непосредственно по дифференциальным уравнениям движения. В потоке газообразной среды в теплотехнологической установке колебания температуры вызывают взаимно противоположные изменения плотности и линейной скорости. Например, при возрастании температуры среда расширяется, что приводит к уменьшению плотности и увеличению линейной скорости; при этом величина массовой скорости изменяется незначительно. Введение массовой скорости в конвективные члены дискретных уравнений придает итерационному процессу необходимую стабильность.

§ 4.6. Дискретные уравнения для массовой скорости среды

Чтобы получить расчетные уравнения для компонент массовой скорости (ρu) , (ρv) и (ρw) , следует выполнить простейшее преобразование дискретных аналогов уравнений Навье–Стокса (3.20) – (3.22),

помножив и поделив их члены на соответствующие значения плотности среды:

$$a_P^{(\rho u)}(\rho u)_P = \frac{a_W}{\rho_w}(\rho u)_W + \frac{a_E}{\rho_e}(\rho u)_E + \frac{a_S}{\rho_s}(\rho u)_S + \frac{a_N}{\rho_n}(\rho u)_N + \\ + \frac{a_B}{\rho_b}(\rho u)_B + \frac{a_T}{\rho_t}(\rho u)_T + d_P^{(\rho u)} + \frac{\tilde{p}_w - \tilde{p}_e}{\Delta x_P}, \quad (4.37)$$

$$a_P^{(\rho v)}(\rho v)_P = \frac{a_W}{\rho_w}(\rho v)_W + \frac{a_E}{\rho_e}(\rho v)_E + \frac{a_S}{\rho_s}(\rho v)_S + \frac{a_N}{\rho_n}(\rho v)_N + \\ + \frac{a_B}{\rho_b}(\rho v)_B + \frac{a_T}{\rho_t}(\rho v)_T + d_P^{(\rho v)} + \frac{\tilde{p}_s - \tilde{p}_n}{\Delta r_P}, \quad (4.38)$$

$$a_P^{(\rho w)}(\rho w)_P = \frac{a_W}{\rho_w}(\rho w)_W + \frac{a_E}{\rho_e}(\rho w)_E + \frac{a_S}{\rho_s}(\rho w)_S + \frac{a_N}{\rho_n}(\rho w)_N + \\ + \frac{a_B}{\rho_b}(\rho w)_B + \frac{a_T}{\rho_t}(\rho w)_T + d_P^{(\rho w)} + \frac{\tilde{p}_b - \tilde{p}_t}{r_P \Delta \phi_P}, \quad (4.39)$$

Здесь в коэффициентах левой части уравнений, в отличие от дискретных аналогов (3.20) – (3.22), появились дополнительные слагаемые [67], содержащие компоненты скорости:

$$a_P^{(\rho u)} = \frac{a_W}{\rho_w} + \frac{a_E}{\rho_e} + \frac{a_S}{\rho_s} + \frac{a_N}{\rho_n} + \frac{a_B}{\rho_b} + \frac{a_T}{\rho_t} + \frac{u_e - u_w}{\Delta x_P} + \frac{r_n v_n - r_s v_s}{r_P \Delta r_P} + \frac{w_t - w_b}{r_P \Delta \phi_P}, \\ a_P^{(\rho v)} = \frac{a_W}{\rho_w} + \frac{a_E}{\rho_e} + \frac{a_S}{\rho_s} + \frac{a_N}{\rho_n} + \frac{a_B}{\rho_b} + \frac{a_T}{\rho_t} + \frac{\mu_P}{\rho_P r_P^2} \\ + \frac{u_e - u_w}{\Delta x_P} + \frac{r_n v_n - r_s v_s}{r_P \Delta r_P} + \frac{w_t - w_b}{r_P \Delta \phi_P}, \\ a_P^{(\rho w)} = \frac{a_W}{\rho_w} + \frac{a_E}{\rho_e} + \frac{a_S}{\rho_s} + \frac{a_N}{\rho_n} + \frac{a_B}{\rho_b} + \frac{a_T}{\rho_t} + \frac{v_P}{r_P} + \frac{\mu_P}{\rho_P r_P^2} \\ + \frac{u_e - u_w}{\Delta x_P} + \frac{r_n v_n - r_s v_s}{r_P \Delta r_P} + \frac{w_t - w_b}{r_P \Delta \phi_P}.$$

В свободные члены дискретных уравнений также войдут дополнительные слагаемые, учитывающие локальное изменение плотности газообразной среды:

$$d_p^{(\rho u)} = \frac{\rho_e - \rho_w}{\Delta x_p} r_p g \cos \varphi + \frac{1}{\Delta x_p} \left(u_e \mu_e \frac{\rho_P - \rho_E}{\rho_e \Delta x_e} + u_w \mu_w \frac{\rho_P - \rho_W}{\rho_w \Delta x_w} \right) +$$

$$+ \frac{1}{r_p \Delta r_p} \left(r_s u_s \mu_s \frac{\rho_P - \rho_S}{\rho_s \Delta r_s} + r_n u_n \mu_n \frac{\rho_P - \rho_N}{\rho_n \Delta r_n} \right) + \frac{1}{r_p^2 \Delta \varphi_p} \left(u_b \mu_b \frac{\rho_P - \rho_B}{\rho_b \Delta \varphi_b} + u_t \mu_t \frac{\rho_P - \rho_T}{\rho_t \Delta \varphi_t} \right),$$

$$d_p^{(\rho v)} = \frac{\rho_P w_P^2}{r_p} - \frac{2\mu_P}{r_p^2} \frac{w_t - w_b}{\Delta \varphi_P} + \frac{\rho_n - \rho_s}{\Delta r_p} r_p g \cos \varphi +$$

$$+ \frac{1}{\Delta x_p} \left(v_e \mu_e \frac{\rho_P - \rho_E}{\rho_e \Delta x_e} + v_w \mu_w \frac{\rho_P - \rho_W}{\rho_w \Delta x_w} \right) +$$

$$+ \frac{1}{r_p \Delta r_p} \left(r_s v_s \mu_s \frac{\rho_P - \rho_S}{\rho_s \Delta r_s} + r_n v_n \mu_n \frac{\rho_P - \rho_N}{\rho_n \Delta r_n} \right) + \frac{1}{r_p^2 \Delta \varphi_p} \left(v_b \mu_b \frac{\rho_P - \rho_B}{\rho_b \Delta \varphi_b} + v_t \mu_t \frac{\rho_P - \rho_T}{\rho_t \Delta \varphi_t} \right),$$

$$d_p^{(\rho w)} = \frac{2\mu_P}{r_p^2} \frac{v_t - v_b}{\Delta \varphi_P} + \frac{\rho_t - \rho_b}{r_p \Delta \varphi_P} g \cos \varphi + \frac{1}{\Delta x_p} \left(w_e \mu_e \frac{\rho_P - \rho_E}{\rho_e \Delta x_e} + w_w \mu_w \frac{\rho_P - \rho_W}{\rho_w \Delta x_w} \right) +$$

$$+ \frac{1}{r_p \Delta r_p} \left(r_s w_s \mu_s \frac{\rho_P - \rho_S}{\rho_s \Delta r_s} + r_n w_n \mu_n \frac{\rho_P - \rho_N}{\rho_n \Delta r_n} \right) + \frac{1}{r_p^2 \Delta \varphi_p} \left(w_b \mu_b \frac{\rho_P - \rho_B}{\rho_b \Delta \varphi_b} + w_t \mu_t \frac{\rho_P - \rho_T}{\rho_t \Delta \varphi_t} \right).$$

По-видимому, дополнительные слагаемые целесообразно вычислять в качестве уточняющей поправки лишь на заключительном этапе решения задачи, когда с достаточной точностью известно распределение физических величин в расчетном объеме.

Чтобы получить дискретное уравнение для функции давления \tilde{p} , дискретным уравнениям для компонент массовой скорости следует придать следующую компактную форму:

$$(\rho u)_P = (\rho \hat{u})_P + \frac{\tilde{p}_w - \tilde{p}_e}{a_P^{(\rho u)} \Delta x_P}, \quad (4.40)$$

$$(\rho v)_P = (\rho \hat{v})_P + \frac{\tilde{p}_s - \tilde{p}_n}{a_P^{(\rho v)} \Delta r_P}, \quad (4.41)$$

$$(\rho w)_P = (\rho \hat{w})_P + \frac{\tilde{p}_b - \tilde{p}_t}{a_P^{(\rho w)} r_P \Delta \varphi_P}, \quad (4.42)$$

где $(\rho\bar{u})$, $(\rho\bar{v})$ и $(\rho\bar{w})$ – массовые псевдоскорости. Они определяются с помощью дискретных уравнений (4.37) – (4.39) по значениям соответствующей компоненты скорости в соседних узловых точках, но без учета разности давлений на гранях контрольного объема:

$$(\rho\bar{u})_P = \left\{ \frac{a_W}{\rho_w}(\rho u)_W + \frac{a_E}{\rho_e}(\rho u)_E + \frac{a_S}{\rho_s}(\rho u)_S + \frac{a_N}{\rho_n}(\rho u)_N + \frac{a_B}{\rho_b}(\rho u)_B + \frac{a_T}{\rho_t}(\rho u)_T + d_P^{(\rho u)} \right\} / a_P^{(\rho u)}, \quad (4.43)$$

$$(\rho\bar{v})_P = \left\{ \frac{a_W}{\rho_w}(\rho v)_W + \frac{a_E}{\rho_e}(\rho v)_E + \frac{a_S}{\rho_s}(\rho v)_S + \frac{a_N}{\rho_n}(\rho v)_N + \frac{a_B}{\rho_b}(\rho v)_b + \frac{a_T}{\rho_t}(\rho v)_t + d_P^{(\rho v)} \right\} / a_P^{(\rho v)}, \quad (4.44)$$

$$(\rho\bar{w})_P = \left\{ \frac{a_W}{\rho_w}(\rho w)_W + \frac{a_E}{\rho_e}(\rho w)_E + \frac{a_S}{\rho_s}(\rho w)_S + \frac{a_N}{\rho_n}(\rho w)_N + \frac{a_B}{\rho_b}(\rho w)_B + \frac{a_T}{\rho_t}(\rho w)_T + d_P^{(\rho w)} \right\} / a_P^{(\rho w)}, \quad (4.45)$$

Подставляя компактные выражения (4.40) – (4.42) с компонентами массовой псевдоскорости в дискретный алгебраический аналог дифференциального уравнения неразрывности,

$$\frac{(\rho u)_e - (\rho u)_w}{\Delta x_P} + \frac{r_n(\rho v)_n - r_s(\rho v)_s}{r_P \Delta r_P} + \frac{(\rho w)_t - (\rho w)_b}{r_P \Delta \varphi_P} = 0,$$

получим дискретное уравнение для расчета поля функции давления, индексы в котором соответствуют контрольным объемам для скалярных величин:

$$A_P \tilde{p}_P = A_W \tilde{p}_W + A_E \tilde{p}_E + A_S \tilde{p}_S + A_N \tilde{p}_N + A_B \tilde{p}_B + A_T \tilde{p}_T + D_P, \quad (4.46)$$

Коэффициенты A_W , A_E , A_S , A_N , A_B , A_T определяются через величины $a_P^{(\rho u)}$, $a_P^{(\rho v)}$, $a_P^{(\rho w)}$ дискретных уравнений (4.37) – (4.39), источник-ый член D_P – через массовые псевдоскорости:

$$A_W = \frac{1}{a_W^{(\rho u)} \Delta x_w \Delta x_P}, \quad A_E = \frac{1}{a_e^{(\rho u)} \Delta x_e \Delta x_P},$$

$$A_S = \frac{r_s}{r_p} \frac{1}{a_s^{(\rho v)} \Delta r_s \Delta r_p}, \quad A_N = \frac{r_n}{r_p} \frac{1}{a_s^{(\rho v)} \Delta r_n \Delta r_p},$$

$$A_B = \frac{1}{a_b^{(\rho w)} r_p^2 \Delta \varphi_b \Delta \varphi_p}, \quad A_T = \frac{1}{a_t^{(\rho w)} r_p^2 \Delta \varphi_t \Delta \varphi_p},$$

$$A_P = A_W + A_E + A_S + A_N + A_B + A_T,$$

$$D_P = \frac{(\rho \bar{u})_w - (\rho \bar{u})_e}{\Delta x_p} + \frac{r_s (\rho \bar{v})_s - r_n (\rho \bar{v})_n}{r_p \Delta r_p} + \frac{(\rho \bar{w})_b - (\rho \bar{w})_t}{r_p \Delta \varphi_p}.$$

Чтобы расчетные поля давления и скорости в процессе итераций приближались к истинным, значения компонент скорости корректируются во всех узлах сетки с помощью поправки давления p' , которую определяют по приближенному равенству, аналогичному (3.30):

$$A_P p'_P \approx S_P^{(m)} = \frac{(\rho u)_w - (\rho u)_e}{\Delta x_p} + \frac{r_s (\rho v)_s - r_n (\rho v)_n}{r_p \Delta r_p} + \frac{(\rho w)_b - (\rho w)_t}{r_p \Delta \varphi_p}. \quad (4.47)$$

Упрощенное выражение для поправки давления (4.47) не содержит в своей правой части других неизвестных функций, кроме компонент массовой скорости, и поэтому может быть введено непосредственно в уравнения движения. В результате в дискретных аналогах уравнений Навье–Стокса после переобозначения узлов сетки появится разность расчетных источников массы $S^{(m)}$, поделенных соответственно на один из коэффициентов A_w , A_e , A_s , A_n , A_b или A_t , эквивалентных соответствующему коэффициенту A_P из уравнения (4.46).

Вместе с расчетными источниками массы в правые части дискретных уравнений движения войдут искомые компоненты массовой скорости $(\rho u)_P$, $(\rho v)_P$ и $(\rho w)_P$ с отрицательным знаком перед их коэффициентами. Необходимо перенести эти члены в левую часть дискретных уравнений, чтобы получить устойчивую полностью неявную вычислительную схему. Тот же результат может быть достигнут, если в обе части дискретных уравнений добавить соответствующие выражения $\beta_p^{(\rho u)}(\rho u)_P$, $\beta_p^{(\rho v)}(\rho v)_P$ или $\beta_p^{(\rho w)}(\rho w)_P$, для исключения нежелательных слагаемых из расчетных источников массы. В итоге дискретные алгебраические аналоги (4.37) – (4.39) дифференциальных уравнений Навье–Стокса приобретут вид, соответствующий полностью неявной разностной схеме:

$$\begin{aligned}
\left(a_p^{(\rho u)} + \beta_p^{(\rho u)}\right)(\rho u)_P &= \frac{a_W}{\rho_w}(\rho u)_W + \frac{a_E}{\rho_e}(\rho u)_E + \frac{a_S}{\rho_s}(\rho u)_S + \frac{a_N}{\rho_n}(\rho u)_N + \\
&+ \frac{a_B}{\rho_b}(\rho u)_B + \frac{a_T}{\rho_t}(\rho u)_T + d_p^{(\rho u)} + \frac{\tilde{p}_w - \tilde{p}_e}{\Delta x_P} + \frac{S_w^{(m)}}{A_w \Delta x_P} - \frac{S_e^{(m)}}{A_e \Delta x_P} + \\
&+ \beta_p^{(\rho u)}(\rho u)_P, \tag{4.48}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(a_p^{(\rho v)} + \beta_p^{(\rho v)}\right)(\rho v)_P &= \frac{a_W}{\rho_w}(\rho v)_W + \frac{a_E}{\rho_e}(\rho v)_E + \frac{a_S}{\rho_s}(\rho v)_S + \frac{a_N}{\rho_n}(\rho v)_N + \\
&+ \frac{a_B}{\rho_b}(\rho v)_B + \frac{a_T}{\rho_t}(\rho v)_T + d_p^{(\rho v)} + \frac{\tilde{p}_s - \tilde{p}_n}{\Delta r_P} + \frac{S_s^{(m)}}{A_s \Delta r_P} - \frac{S_n^{(m)}}{A_n \Delta r_P} + \\
&+ \beta_p^{(\rho v)}(\rho v)_P, \tag{4.49}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(a_p^{(\rho w)} + \beta_p^{(\rho w)}\right)(\rho w)_P &= \frac{a_W}{\rho_w}(\rho w)_W + \frac{a_E}{\rho_e}(\rho w)_E + \frac{a_S}{\rho_s}(\rho w)_S + \frac{a_N}{\rho_n}(\rho w)_N + \\
&+ \frac{a_B}{\rho_b}(\rho w)_B + \frac{a_T}{\rho_t}(\rho w)_T + d_p^{(\rho w)} + \frac{\tilde{p}_b - \tilde{p}_t}{r_P \Delta \varphi_P} + \frac{S_b^{(m)}}{A_b r_P \Delta \varphi_P} - \frac{S_t^{(m)}}{A_t r_P \Delta \varphi_P} + \\
&+ \beta_p^{(\rho w)}(\rho w)_P, \tag{4.50}
\end{aligned}$$

где релаксационные множители β_p рассчитываются для каждой компоненты скорости в соответствии с их верхними индексами:

$$\begin{aligned}
\beta_p^{(\rho u)} &= \frac{1}{\Delta x_P} \left(\frac{1}{A_w \Delta x_w} + \frac{1}{A_e \Delta x_e} \right), \\
\beta_p^{(\rho v)} &= \frac{r_P}{\Delta r_P} \left(\frac{1}{A_s r_s \Delta r_s} + \frac{1}{A_n r_n \Delta r_n} \right), \\
\beta_p^{(\rho w)} &= \frac{1}{r_P^2 \Delta \varphi_P} \left(\frac{1}{A_b \Delta \varphi_b} + \frac{1}{A_t \Delta \varphi_t} \right).
\end{aligned}$$

Разность членов с источниками массы в уравнениях (4.48) – (4.50) способствует «перетеканию» среды из контрольных объемов, где расчетный источник массы больше, в объемы, где он меньше. В результате величина источников массы в целом в процессе итераций уменьшается, и значения скорости постепенно приближаются к распределению, удовлетворяющему уравнению неразрывности.

Дискретные уравнения для компонент массовой скорости (4.48) – (4.50) имеют более сложный вид, чем соответствующие им уравнения для линейной скорости среды (3.31) – (3.33). Сложнее становится математическая формулировка коэффициентов $a_p^{(\rho u)}$, $a_p^{(\rho v)}$, $a_p^{(\rho w)}$ и свободных членов $d_p^{(\rho u)}$, $d_p^{(\rho v)}$, $d_p^{(\rho w)}$ этих уравнений. В то же время несколько проще становятся выражения для $A_W, A_E, A_S, A_N, A_B, A_T$ и β_p в уравнениях (4.46) и (4.48) – (4.50). Решающим доводом при выборе расчетной системы дискретных уравнений движения является возможность улучшить сходимость итерационного процесса при численном решении задачи.

§ 4.7. Линеаризация свободного члена дискретного уравнения

Переход от дифференциального уравнения (4.36) к его дискретным аналогам производится в соответствии с правилами главы 3. При этом учитывается, что свободный член дискретного уравнения содержит термодинамическую температуру T_P^4 , значение которой в расчетном узле сетки P изменяется в каждой итерации. Следовательно, изменяется и величина «источника» d_p в дискретном уравнении:

$$d_p = 3\sigma(\alpha T_{SP}^4 - \alpha_{\Pi} T_P^4) + Q_{OP}. \quad (4.51)$$

«Источник» (4.51) содержит разность больших чисел. Не исключено, что в процессе итераций его значения окажутся отрицательными и войдут в противоречие с физическим содержанием дифференциального уравнения (4.36). Поэтому необходимо перенести слагаемое, перед которым стоит отрицательный знак, в левую часть уравнения, выделив при этом термодинамическую температуру T_P в расчетном узле сетки в качестве линейного множителя

На рис. 4.2 изображена в общем виде зависимость свободного («источникового») члена дискретного уравнения от искомой температуры T_P . Из схемы изменения источникового члена d_p в процессе итераций, представленной на рисунке, видно, что, если в предыдущей итерации уже вычислены температура T_P^* и «источник» d_p^* , то можно прогнозировать новое значение «источника» d_p , добавив к известному значению d_p^* приращение в виде частного дифференциала, записанного в дискретной форме:

$$d_p \approx d_p' = d_p^* + \left(\frac{\partial d_p}{\partial T_P} \right)^* (T_P - T_P^*). \quad (4.52)$$

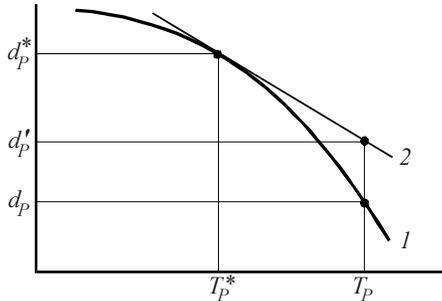


Рис. 4.2. Схема линеаризации свободного члена дискретного уравнения:
1 – функциональная зависимость; 2 – касательная

Здесь индекс «*» обозначает физические величины, значение которых известно из предыдущей итерации.

В результате преобразований по формуле (4.52) «источник» (4.51) будет представлен следующим образом:

$$d_p' = 3\sigma \left(\alpha T_{sp}^4 + 3\alpha_{\Pi} T_p^{*4} - 4\alpha_{\Pi} T_p^{*3} T_p \right) + Q_{0p}, \quad (4.53)$$

что позволяет перенести в левую часть дискретного уравнения слагаемое, содержащее в качестве множителя искомую температуру T_p .

Линеаризацию источникового члена удалось выполнить так, что все связанные с ним слагаемые в обеих частях дискретного уравнения оказались положительными. В результате обеспечивается выполнение неравенства (3.9), определяющего условие устойчивости разностной схемы и сходимости итераций к искомому решению задачи.

При этом значения температуры T_p , входящие в коэффициенты a_p и d_p , автоматически берутся по результатам предыдущей итерации, так что никакими специальными значками они более не отмечаются.

§ 4.8. Граничные условия конвективного теплообмена

Результативность решения задачи радиационно-конвективного теплообмена зависит не только от свойств самого дискретного уравнения, но и от корректной формулировки граничных условий в каждом узле сетки, лежащем на границах расчетной области.

На входе топлива и воздуха в печь и на поверхности слоя технологического материала, как правило, задается температура, что соответствует граничным условиям первого рода. В то же время возникают определенные трудности при постановке граничных условий на выхо-

де из расчетного объема в связи с тем, что в выходном сечении рабочего пространства печи температура и производные от нее, как правило, не известны. Рекомендуется выходное сечение расчетного объема выбирать за пределами рециркуляционных зон так, чтобы скорость газобразной среды на грани контрольного объема, совмещенной с выходным сечением, была направлена в сторону выхода из расчетного объема [25]. В этом случае соответствующий переносной коэффициент в дискретном уравнении считается приближенно равным нулю в соответствии с величиной множителя (3.10), так что задавать температуру на выходной границе не потребуется.

На поверхности футеровки необходимо формулировать граничные условия третьего рода, учитывая не только теплоотдачу, но и теплопередачу через стены печи к окружающему воздуху.

Температура внутренней футеровки определяется из равенства потоков теплоты, подводимой к стенке печи конвекцией (q_k^{ct}) и излучением (q_l^{ct}), и теплоты, отводимой через стены печи:

$$q_k^{ct} + q_l^{ct} = k(T_{ct} - T_a), \quad (4.54)$$

где T_{ct} и T_a – соответственно температура внутренней поверхности стенки и атмосферного воздуха, k – коэффициент теплопередачи

$$k = \left(\sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2} \right)^{-1}.$$

Здесь δ_i , λ_i – соответственно толщина и коэффициент теплопроводности огнеупорных и теплоизоляционных слоев стенки печи, α_2 – коэффициент теплоотдачи от стенки к окружающему воздуху естественной конвекцией и излучением.

Плотности теплового потока внутри печи от газобразной среды к футеровке, входящие в равенство (4.54), вычисляются, исходя из общепринятого допущения, что непосредственно на твердой поверхности конвекция отсутствует, и перенос теплоты осуществляется теплопроводностью по закону Фурье,

$$q_k^{ct} = -\lambda_{ct} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{ct}, \quad (4.55)$$

а также излучением газовой среды по соотношению (4.29):

$$q_{л.г}^{ct} = q_{ло}^{гп} \epsilon_{ct}/2,$$

где $\lambda_{ст}$ – коэффициент теплопроводности среды при температуре стенки, $\varepsilon_{ст}$ – степень черноты внутренней поверхности стен печи.

Кроме того, желательно учитывать прямой обмен лучистой энергией между футеровкой, температура которой $T_{ф}$, и технологическим материалом с температурой $T_{м}$ в «окнах» антисерого спектра:

$$q_{л.ф}^{ст} = \left(1 - \frac{\alpha_{п}}{\alpha}\right) \varphi_{ф,м} \varepsilon_{пр} \sigma (T_{ф}^4 - T_{м}^4) \frac{F_{ф}}{F_{м}}, \quad (4.56)$$

где $\varphi_{ф,м}$ – угловой коэффициент излучения расчетного участка футеровки на материал, $\varepsilon_{пр}$ – приведенная степень черноты, σ – постоянная Стефана–Больцмана, $F_{ф}$ и $F_{м}$ – поверхности соответственно участка футеровки и слоя материала.

Для вычисления плотности теплового потока теплоотдачи на внутренней поверхности стен по формуле (4.55) используется аналогия интенсивностей переноса количества движения и теплоты:

$$\lambda_{ст} = \rho_{ст} c_{ст} \frac{v_{ст}}{Pr_{ст}}, \quad (4.57)$$

где $Pr_{ст}$ – число Прандтля движущейся среды, индекс «ст» означает, что свойства среды соответствуют температуре поверхности стенки.

Аналогично формуле (3.46), производная выражении (4.55) вычисляется по тангенсу угла наклона хорды в графической зависимости разности значений температуры $(t - t_{ст})$ от расстояния до стенки y и корректируется делением на соотношение $T_{+}/(y_{+} Pr_{ст})$, которое в начале координат равно единице:

$$q_{ст} = \rho_{ст} c_{ст} v_{ст} \frac{t - t_{ст}}{y} \frac{y_{+}}{T_{+}}. \quad (4.58)$$

Здесь $T_{+} = \rho u_{*}(t - t_{гр})/q_{гр}$ – безразмерная температура, зависимость которой от безразмерного расстояния y_{+} в пристеночном слое определяется приближенной формулой [66]:

$$T_{+} \approx Pr_{т} u_{+}. \quad (4.59)$$

Подставив ее в формулу (4.58), получим выражение для граничных условий теплоотдачи в математической модели:

$$q_{ст} = \frac{\rho_{ст} c_{ст} u_{*}}{Pr_{т} u_{+}} (t - t_{ст}), \quad (4.60)$$

где t – температура в ближайшем к стенке узле сетки, u_{+} – безразмерная скорость в том же узле сетки, $\rho_{ст}$, $c_{ст}$ – плотность и удельная мас-

совая теплоемкость среды на стенке, $t_{ст}$ – температура поверхности стенки, Rg_r – турбулентное число Прандтля.

Чтобы получить более точные результаты, позволяющие исследовать процесс образования и исчезновения клинкерной обмазки на поверхности футеровки, необходимо в математическую модель добавить описание контактного теплообмена стен вращающейся печи со слоем технологического материала. Нужно принимать во внимание, что локальная температура внутренней поверхности футеровки зависит не только от интенсивности нагрева ее топочными газами и термического сопротивления стенки печи, но и от периодического ее охлаждения пересыпающимся внутри печи слоем технологического материала, то есть учитывать нестационарность переноса теплоты через футеровку.

§ 4.9. Проверка адекватности математических моделей

Для проверки адекватности математической модели радиационно-конвективного теплообмена составлена компьютерная программа и выполнены численные эксперименты применительно к топке горизонтального жаротрубного парового котла, состоящей из жаровой трубы диаметром 1,2 м и поворотной камеры диаметром 2,4 м [75]. Как показано на рис. 4.3, топливо и воздух на горение подаются по оси жаровой трубы. Газообразные продукты горения выходят из поворотной камеры через кольцевое отверстие.

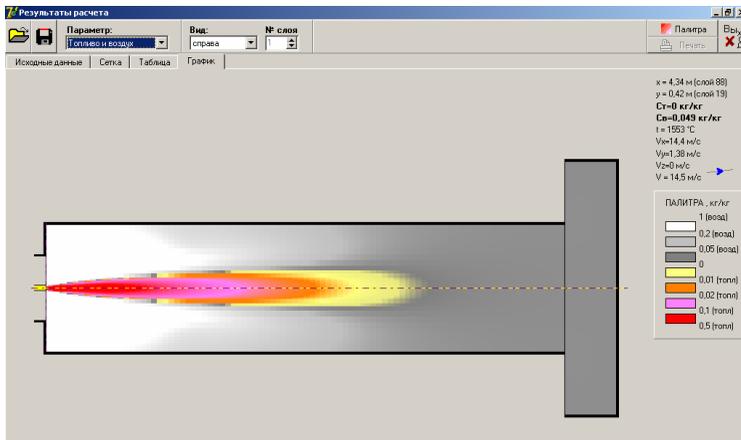


Рис. 4.3. Диффузионный факел в цилиндрической жаровой трубе

Дифференциальные уравнения двумерной математической модели, записанные в цилиндрической системе координат, приведены к дискретному виду методом конечных объемов и решены с помощью полинейной прогонки с итерациями. Для численного решения задачи в расчетном объеме топки строилась неравномерная сетка с шагом от 4 до 100 мм. Сгущение линий сетки выполнялось по радиусу топливного сопла и вблизи стен топки. Число расчетных слоев по оси топки достигало 120, а по радиусу превышало 50. Сходимость итераций контролировалась по абсолютной величине источников массы.

Численное решение дифференциального уравнения переноса излучения в ограниченном объеме топки показало, что значения корректирующего коэффициента κ_{\max} , при котором поправка δq_d исключается из расчета, изменяются в пределах от 0,62 до 0,7 в зависимости от температурного уровня газообразной среды. В то же время оказалось допустимым принимать заниженные значения корректирующего коэффициента, например $\kappa = 5/9$ или $\kappa = 0,62$, учитывая при этом поглощение поправочного потока излучения δq_d вблизи стенок по экспоненциальному закону. Значения температуры газов на выходе из топки, рассчитанные по этим вариантам алгоритма, практически совпадают.

Адекватность математической модели проверена сопоставлением численного решения задачи с результатами теплового расчета по нормативному методу [74] при различной длине жаровой трубы. Расход природного газа составил 725 и 290 м³/ч соответственно при номинальной и пониженной производительности парового котла. Результаты расчетов представлены на рис. 4.4.

Особенностью нормативного метода [74] является использование эмпирического подхода к выбору расчетных параметров. Например, параметр аэродинамического подобия M , определяемый по отношению высоты установки горелки к высоте топки, следовало бы для горизонтального жаротрубного котла принять равным 0,5. Однако в [74] рекомендуется меньшая величина, учитывающая ухудшение теплоотдачи в зоне воспламенения факела [76]. С увеличением длины жаровой трубы влияние участка неэффективного теплообмена на общую теплоотдачу в топке снижается. Поэтому при расчете теплообмена в топке по нормативному методу приняты разные значения этого параметра: $M = 0,44 \dots 0,48$ при длине жаровой трубы от 5 до 7 м и $M = 0,5$ для более длинных труб (см. пунктирные кривые 1 и 2 на рис. 4.4).

Как показывает сопоставление результатов численного математического моделирования и теплового расчета котла при номинальной

нагрузке (см. кривые 3 и 1 на рис. 2), их расхождение лежит в пределах погрешности нормативного метода, которая для температуры газов на выходе из топки составляет не менее 30 °С [76]. Лучшее совпадение расчетных результатов получено при пониженной нагрузке котла (см. кривые 4 и 2 на рис. 4.4).

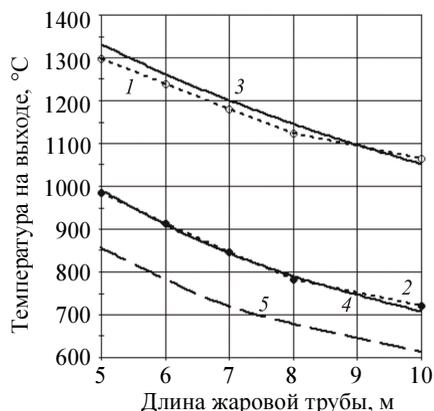


Рис. 4.4. Температура газов на выходе из топки:

1, 2 – по нормативному методу,

3, 4 – по математической модели, 5 – диффузионное приближение;

1, 3 – при номинальной и 2, 4, 5 – при пониженной нагрузке котла

Чтобы убедиться в эффективности предложенного алгоритма, выполнено математическое моделирование радиационно-конвективного теплообмена по методу, аналогичному диффузионному приближению. При этом из алгоритма исключено вычисление определяющей температуры T_s , вместо лучистой T_l , и поправки $\delta q_{л}$ для потока излучения вблизи стен топки. Такая методика, как оказалось, дает явно заниженные значения температуры на выходе из топки (см. кривую 5 на рис. 4.4), значительно уступая по точности алгоритму SMART.

Наконец, выполнено компьютерное моделирование горения и теплообмена по разным математическим моделям – аналитической и численной, при температуре горячего воздуха (400 °С) и поверхности футеровки (1450 °С), соответствующей условиям в зоне спекания цементного клинкера. Результаты расчета температуры по длине диффузионного факела представлены на рис. 4.5.

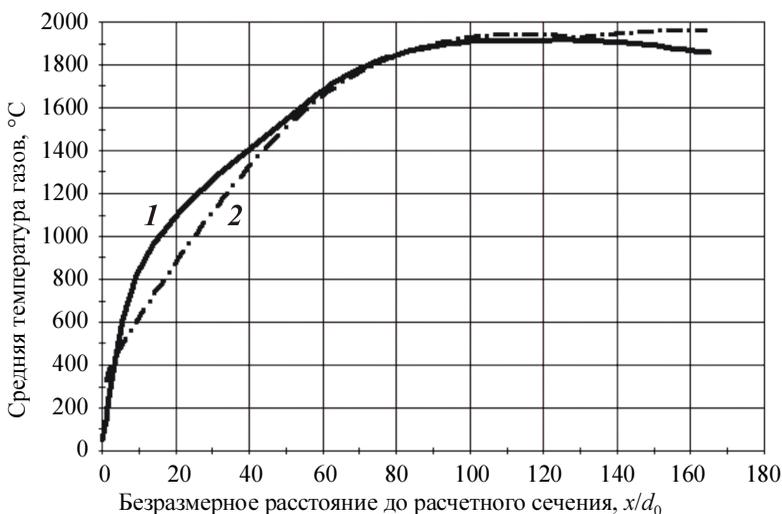


Рис. 4.5. Температура газообразной среды по длине диффузионного факела, усредненная в поперечных сечениях турбулентной струи:
 1 – по численной модели, 2 – по аналитической модели

Так как теплота диссоциации трехатомных газов $\Delta H_{\text{дис}}$ в аналитической модели определяется по средней, а не по локальной температуре, то она имеет заниженное расчетное значение. Чтобы компенсировать эту погрешность, в формулу (2.46) при расчете средней температуры газообразной среды вводилась удвоенная расчетная величина $\Delta H_{\text{дис}}$. Доля теплоты диссоциации трехатомных газов в общей энтальпии среды невелика, так что такая корректировка практически не сказалась на погрешности расчета, но позволила сблизить температурные кривые в зоне их максимума.

Оценку длины и температуры диффузионного факела не следует считать окончательной, так как численное моделирование на начальном этапе исследований выполнялось по упрощенной схеме без учета дополнительных слагаемых в уравнениях (4.37) – (4.39). Несмотря на это, можно считать, что приближенная аналитическая модель факела прошла проверку на адекватность в условиях диффузионного горения и теплообмена во вращающихся печах.

Глава 5. ПОЗОННЫЕ МАТЕРИАЛЬНЫЕ И ТЕПЛОВЫЕ РАСЧЕТЫ ЦЕМЕНТНЫХ ВРАЩАЮЩИХСЯ ПЕЧЕЙ

§ 5.1. Расход химических соединений в зонах печи

Расчет теплообмена в печи требует ее разделения на ряд отдельных зон и определения расходов материалов на границах этих зон. Далее представлены две методики расчета содержания соединений на границах зон вращающейся печи: при ее разделении на технологические зоны (метод 1) и при разделении горячей части на зоны с интервалом температуры материала 100°C (метод 2).

Общепринятым считается разделение печи на технологические зоны с упрощенным представлением о протекании химических реакций в них (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Технологические зоны цементной вращающейся печи

Технологические зоны		Границы зон	
Наименование	Химические реакции	Температура материала, °С	Наличие соединений
Испарения (цепной завесы)	$\text{H}_2\text{O (ж)} \rightarrow \text{H}_2\text{O (r)}$	0	$\text{H}_2\text{O (ж)}$, CaCO_3 , AS_2H_2 , SiO_2 , Fe_2O_3
		100	$\text{H}_2\text{O (ж)}$, CaCO_3 , AS_2H_2 , SiO_2 , Fe_2O_3
Досушки	$\text{H}_2\text{O (ж)} \rightarrow \text{H}_2\text{O (r)}$	200...250	CaCO_3 , AS_2H_2 , SiO_2 , Fe_2O_3
Дегидратации	$\text{AS}_2\text{H}_2 \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3 + 2\text{SiO}_2 + \text{H}_2\text{O (r)}$		
Подогрева	–	500	CaCO_3 , SiO_2 , Fe_2O_3 , Al_2O_3
Декарбонизации	$\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 \text{ (r)}$	750	CaCO_3 , SiO_2 , Fe_2O_3 , Al_2O_3
		950	CaCO_3 , CaO , SiO_2 , Fe_2O_3 , Al_2O_3
Экзотермических реакций	$\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 \text{ (r)}$; $3\text{CaO} + \text{SiO}_2 \rightarrow \text{C}_3\text{S}$		
	$2\text{CaO} + \text{SiO}_2 \rightarrow \text{C}_2\text{S}$		
	$3\text{CaO} + \text{Al}_2\text{O}_3 \rightarrow \text{C}_3\text{A}$	1350	C_3S , C_2S , C_3A , C_4AF
	$4\text{CaO} + \text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3 \rightarrow \text{C}_4\text{AF}$		
Спекания и охлаждения	–	1200	C_3S , C_2S , C_3A , C_4AF

Метод 1, в котором содержание соединений рассчитывается на границах технологических зон (см. табл. 5.1), основан на известных выражениях расчета расхода соединений [77–79] с добавлением трех вариантов расчета содержания соединений в сырьевой смеси.

Исходными данными для расчета являются:

– химический состав сырьевой смеси $C_0, S_0, A_0, F_0, M_0, \text{ППП}_0$, мас. % (соответственно содержание оксидов $\text{CaO}, \text{SiO}_2, \text{Al}_2\text{O}_3, \text{Fe}_2\text{O}_3, \text{MgO}$ и потери при прокаливании);

– титр сырьевой смеси T_0 , % (если используется вариант В);

– влажность сырьевой смеси W_0 , мас. %;

– влажность сырьевой смеси после цепной завесы $W_{\text{отт}}$, мас. %;

– доля неразложившегося карбоната кальция в зоне декарбонизации

$k_{\text{дек}}$ (обычно $k_{\text{дек}} = 0,1 \dots 0,3$);

– химический состав клинкера C, S, A, F, M , мас. % (соответственно содержание оксидов $\text{CaO}, \text{SiO}_2, \text{Al}_2\text{O}_3, \text{Fe}_2\text{O}_3, \text{MgO}$);

– содержание свободных оксидов кальция и кремния в клинкере $\text{CaO}_{\text{св}}$ и $\text{SiO}_{2\text{св}}$, мас. %.

Расчет содержания соединений приведен в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Расчет теоретического расхода соединений M_T^i без учета безвозвратного уноса и присадки золы топлива на границах технологических зон (метод 1)

Номер сечения (температура материала)	Расчет расхода соединений, кг/кг кл.
1	2
0 (вход в печь)	$\text{H}_2\text{O}_{\text{физ}}^0 = \frac{W_0}{100 - W_0} g_0 \quad (g_0 = (1 - 0,01\text{ППП}_c)^{-1});$ $\text{MgCO}_3^0 = 0,02092 M_c g_0;$ $\text{Fe}_2\text{O}_3^0 = 0,01 F_c g_0$ <p>Вариант А. Расчет по химическому составу:</p> $\text{CaCO}_3^0 = 0,01785 C_c g_0;$ $\text{AS}_2\text{H}_2^0 = 0,02532 A_c g_0;$ $\text{SiO}_2^0 = 0,01 (S_c - 1,179 A_c) g_0$ <p>Вариант Б. Расчет по ППП_c и A_c:</p> $\text{CaCO}_3^0 = 0,02274 (\text{ППП}_c - 0,353 A_c - 1,092 M_c) g_0;$

1	2
	$\text{AS}_2\text{H}_2^0 = 0,02532 \text{ A}_c \text{ g}_0;$ $\text{SiO}_2^0 = 0,01 (\text{S}_c - 1,179 \text{ A}_c) \text{ g}_0$ Вариант В. Расчет по T_c и ППП $_c$: $\text{CaCO}_3^0 = 0,01 (T_c - 2,483 \text{ M}_c) \text{ g}_0;$ $\text{AS}_2\text{H}_2^0 = 0,07165 (\text{ППП}_c - 0,44 T_c) \text{ g}_0;$ $\text{SiO}_2^0 = 0,01 [\text{S}_c - 3,44 (\text{ППП}_c - 0,44 T_c)] \text{ g}_0$
1 (100°C)	$\text{H}_2\text{O}_{\text{физ}}^1 = \frac{W_{\text{ост}}}{W_c} \text{H}_2\text{O}_{\text{физ}}^0; \text{CaCO}_3^1 = \text{CaCO}_3^0; \text{MgCO}_3^1 = \text{MgCO}_3^0;$ $\text{AS}_2\text{H}_2^1 = \text{AS}_2\text{H}_2^0; \text{SiO}_2^1 = \text{SiO}_2^0; \text{Fe}_2\text{O}_3^1 = \text{Fe}_2\text{O}_3^0$
2 (250°C)	$\text{CaCO}_3^2 = \text{CaCO}_3^0; \text{MgCO}_3^2 = \text{MgCO}_3^0;$ $\text{AS}_2\text{H}_2^2 = \text{AS}_2\text{H}_2^0; \text{SiO}_2^2 = \text{SiO}_2^0; \text{Fe}_2\text{O}_3^2 = \text{Fe}_2\text{O}_3^0$
3 (500°C)	$\text{CaCO}_3^3 = \text{CaCO}_3^0; \text{MgCO}_3^3 = \text{MgCO}_3^0;$ $\text{Al}_2\text{O}_3^3 = 0,01 \text{ A}_c \text{ g}_0; \text{SiO}_2^3 = 0,01 \text{ S}_c \text{ g}_0; \text{Fe}_2\text{O}_3^3 = 0,01 \text{ F}_c \text{ g}_0$
4 (750°C)	$\text{CaCO}_3^4 = \text{CaCO}_3^0; \text{Al}_2\text{O}_3^4 = \text{Al}_2\text{O}_3^3; \text{SiO}_2^4 = \text{SiO}_2^3; \text{Fe}_2\text{O}_3^4 = \text{Fe}_2\text{O}_3^3;$ $\text{MgO}^4 = 0,01 \text{ M}_c \text{ g}_0$
5 (950°C)	$\text{CaCO}_3^5 = \text{CaCO}_3^0 (1 - k_{\text{дек}});$ $\text{CaO}^5 = 0,01 \text{ C } k_{\text{дек}};$ $\text{Al}_2\text{O}_3^5 = \text{Al}_2\text{O}_3^3; \text{SiO}_2^5 = \text{SiO}_2^3; \text{Fe}_2\text{O}_3^5 = \text{Fe}_2\text{O}_3^3; \text{MgO}^5 = \text{MgO}^4$
6 (1350°C)	$\text{C}_3\text{S}^6 = (0,04071\text{C}_c - 0,076\text{S}_c - 0,06178\text{A}_c - 0,0143\text{F}_c)\text{g}_0 -$ $- (0,04071\text{CaO}_{\text{св}} - 0,076\text{SiO}_{2\text{св}});$ $\text{C}_2\text{S}^6 = (0,086\text{S}_c + 0,05068\text{A}_c + 0,01079\text{F}_c - 0,03071\text{C}_c)\text{g}_0 -$ $- (0,086 \text{SiO}_{2\text{св}} - 0,03071\text{CaO}_{\text{св}});$ $\text{C}_3\text{A}^6 = (0,0265\text{A}_c - 0,01692\text{F}_c)\text{g}_0;$ $\text{C}_4\text{AF}^6 = 0,03043\text{F}_c \text{ g}_0;$ $\text{MgO}^6 = 0,01\text{MgO}^4;$ $\text{CaO}^6 = 0,01\text{CaO}_{\text{св}}; \text{SiO}_2^6 = 0,01\text{SiO}_{2\text{св}}$
7 (ВЫХОД из печи)	$\text{C}_3\text{S}^7 = 0,04071(\text{C} - \text{CaO}_{\text{св}}) - 0,076(\text{S} - \text{SiO}_{2\text{св}}) - 0,06178\text{A} - 0,0143\text{F};$ $\text{C}_2\text{S}^7 = 0,086(\text{S} - \text{SiO}_{2\text{св}}) + 0,05068\text{A} + 0,01079\text{F} - 0,03071(\text{C} - \text{CaO}_{\text{св}});$ $\text{C}_3\text{A}^7 = 0,0265\text{A} - 0,01692\text{F};$ $\text{C}_4\text{AF}^7 = 0,03043\text{F};$ $\text{MgO}^7 = 0,01\text{M}; \text{CaO}^7 = 0,01\text{CaO}_{\text{св}}; \text{SiO}_2^7 = 0,01\text{SiO}_{2\text{св}}$

Недостатком разделения печи на технологические зоны является значительное изменение температуры газа в каждой из них, что приводит к заметным неточностям и упрощениям в расчете теплообмена. Поэтому теплотехнические расчеты требуют выделения большего количества зон, особенно в горячей части печи. Но при этом необходимо определение содержания соединений на границах зон, включающее две задачи: идентификации соединений, присутствующих при заданной температуре материала, и расчет массы этих соединений. Ход химических преобразований при получении клинкера, размещенный в учебных материалах Holderbank, показан на рис. 5.1.

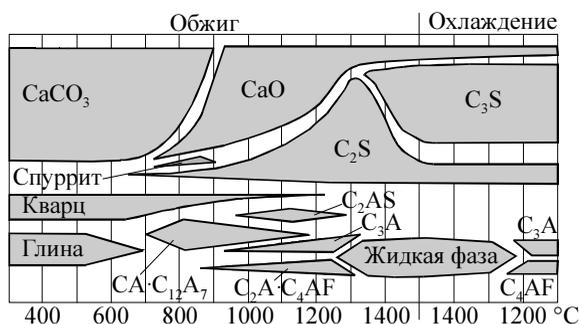


Рис. 5.1. Изменение содержания продуктов клинкерообразования при обжиге (по данным учебных материалов Holderbank)

Одним из способов определения хода химических преобразований является термодинамический анализ. Термодинамический анализ химических реакций, протекающих при обжиге вяжущих, и определение наиболее предпочтительных реакций приведен в работе В. И. Бабушкина, Г. М. Матвеева и О. П. Мчедлова-Петросяна [80]. В работах В. И. Шеина [81, 82] предложена термодинамическая модель синтеза клинкера и определен количественный фазовый состав (рис. 5.2) и тепловые затраты на любой стадии процесса обжига.

Недостатком такого анализа является допуск о химическом равновесии реагентов на каждой стадии обжига, тогда как химические процессы в печи протекают в неравновесных условиях при изменяющейся температуре. Трудность применения термодинамических методов анализа также заключается в отсутствии или неточности термодинамических данных для ряда промежуточных соединений, присут-

ствующих в печи. Как показано на рис.5.7, использование данных из разных источников приводит к различию в результатах расчета затрат теплоты на величину до 10%.

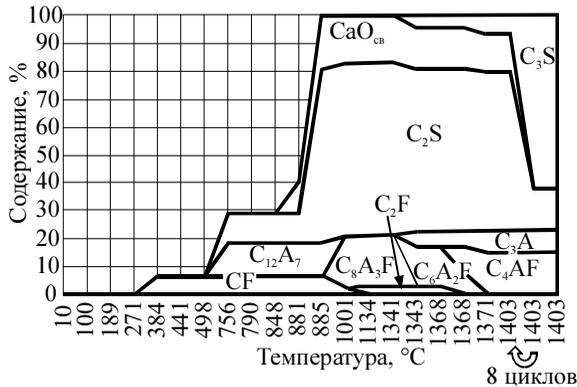


Рис. 5.2. Изменение содержания продуктов клинкерообразования при обжиге (диаграмма из статьи [81])

Другим способом определения содержания соединений при обжиге, который будет применен в представленном ниже методе расчета, является использование данных химического анализа проб материала, взятых с разных участков работающих печей. Подробный анализ процессов клинкерообразования, основанный на экспериментальных данных, сделан В. К. Классеном в монографии [83]. Из последних исследований процессов клинкерообразования можно выделить работы [84, 85].

Для расчетов используем приведенную в учебнике [86] последовательность образования соединений:

600°C: CaCO₃, MgCO₃, алюмосиликаты, Al₂O₃, SiO₂, Fe₂O₃, CaO, C₂S;

700°C: CaCO₃, MgCO₃, AS₂, Fe₂O₃, Al₂O₃, SiO₂, CaO, C₂S, MgO, CA, C₂AS;

800°C: CaCO₃, Al₂O₃, SiO₂, CaO, C₂S, MgO, C₂AS, CF, CS;

900°C: CaCO₃, SiO₂, CaO, C₂S, MgO, C₂AS, CF, CA, C₂F, C₃A, CS, спуррит;

1000°C: CaCO₃, SiO₂, CaO, C₂S, MgO, C₂AS, CA, C₂F, C₃A, CS, C₁₂A₇;

1100°C: CaCO₃, SiO₂, CaO, C₂S, MgO, C₂AS, C₂F, C₃A, C₁₂A₇, NC₈A₃, C₃S;

1200°C: CaO, SiO₂-кристобалит, C₂S, MgO, C₂AS, C₂F, C₃A, C₁₂A₇, NC₈A₃, C₃S, C₄AF;

1300°C: CaO, SiO₂-кристобалит, C₂S, MgO, C₃A, C₁₂A₇, NC₈A₃, C₃S, C₄AF, KC₈A₃, KC₂₃S₁₂.

Составленные для каждой приведенной выше температуры уравнения материальных балансов элементов, входящих в соединения, не позволяют однозначно определить их содержание. В качестве дополнительных условий используются экспериментальные данные о содержании отдельных соединений в печи. Большой объем таких данных представлен в монографии В. К. Классена [83]. В учебнике [86] приведены характеристики обжигаемого в печи материала (рис. 5.3), по которым были рассчитано удельное содержание соединений (рис. 5.4).

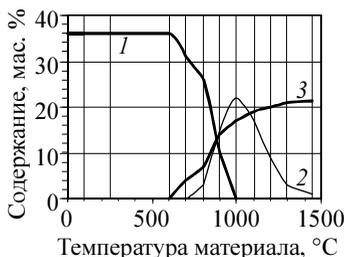


Рис. 5.3. Характеристики материала, обжигаемого во вращающейся печи [86]: 1 – потери при прокаливании; 2 – свободный CaO; 3 – SiO₂, связанный в минералы

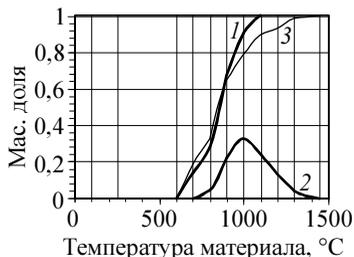


Рис. 5.4. Отношение соединений к их общему количеству: 1 – разложившийся CaCO₃ (d_{CaCO_3}); 2 – свободный CaO (d_{CaO}); 3 – SiO₂, связанный в минералы (d_{SiO_2})

При расчете также использованы следующие допущения: линейное изменение содержания CA и CF при температуре 800–1000 °C; C₂AS при температуре 700–1000 °C; одинаковое количество оксида кальция, связанного в C₂F и C₂AS при температуре 1200 °C; отсутствие в материале щелочей из-за их малого количества и значительного изменения хода и температуры протекания химических реакций с участием щелочей для разных условий обжига. С учетом этих условий можно однозначно определить содержание соединений согласно приведенной выше последовательности.

Исходными данными для расчета являются:

- химический состав сырьевой смеси $C_0, S_0, A_0, F_0, M_0, ППП_0$, мас. % (соответственно содержание оксидов CaO, SiO₂, Al₂O₃, Fe₂O₃, MgO и потери при прокаливании);
- титр сырьевой смеси T_0 , % (если используется вариант В);
- влажность сырьевой смеси W_0 , мас. %;
- влажность сырьевой смеси после цепной завесы $W_{ост}$, мас. %;

- химический состав клинкера C, S, A, F, M, мас. % (соответственно содержание оксидов CaO, SiO₂, Al₂O₃, Fe₂O₃, MgO);
- содержание свободных оксидов кальция и кремния в клинкере CaO_{св} и SiO_{2св}, мас. %;
- доля разложившегося CaCO₃ по отношению к его содержанию в сырьевой смеси $d_{CaCO_3}^i$ (равна 0 при температуре ниже 700°, изменяется от 0 до 1 в интервале температур 700–1000°С);
- доля свободного CaO по отношению к его общему количеству $d_{C_{св}}^i$ (больше 0 при температуре 800° и выше);
- доля связанного в силикатные минералы SiO₂ по отношению к его общему количеству $d_{S_{св}}^i$ (больше 0 при температуре выше 700°);
- доля свободного оксида алюминия по отношению к его общему количеству $d_{A_{св}}^i$ (свободный оксид алюминия может присутствовать при температуре 600–800°С).

В величинах $d_{CaCO_3}^i$, $d_{C_{св}}^i$, $d_{S_{св}}^i$, $d_{A_{св}}^i$ индекс i – номер сечения, значения долей могут быть приняты по рис. 5.4 в соответствии с температурой материала в заданном сечении (табл. 5.3).

Расчет содержания соединений приведен в табл. 5.3.

Таблица 5.3

Расчет теоретического расхода соединений M^i без учета безвозвратного уноса и присадки золы топлива на границах зон печи (метод 2)

Номер сечения (температура материала)	Расчет расхода соединений, кг/кг кл.
1	2
0–2 (вход в печь, 100, 250°С)	Расчет по формулам соответствующих сечений табл. 5.2.
3 (600°С)	$CaCO_3^3 = CaCO_3^0$; $AS_2^3 = 0,860 AS_2H_2^0$; $MgO^3 = 0,01 M_c g_0$; $Al_2O_3^3 = d_{A_{св}}^3 A_c g_0$; $SiO_2^3 = SiO_2^0$; $Fe_2O_3^3 = Fe_2O_3^0$; $C_2S^3 = 1,535(CaCO_3^2 - CaCO_3^3)$

1	2
4 (700°C)	$\text{CaCO}_3^4 = d_{\text{CaCO}_3}^4 \text{CaCO}_3^0;$ $\text{CaO}^4 = 0,01 d_{\text{C}_{\text{cb}}}^4 \text{C}_{\text{c}} g_0;$ $\text{SiO}_2^4 = (1 - d_{\text{S}_{\text{cb}}}^4)(\text{SiO}_2^0 + 0,4655 \text{AS}_2\text{H}_2^0);$ $\text{Fe}_2\text{O}_3^4 = \text{Fe}_2\text{O}_3^0;$ $\text{Al}_2\text{O}_3^4 = d_{\text{A}_{\text{cb}}}^4 \text{A}_{\text{c}} g_0;$ $\text{CA}^4 = 2,8164[0,56(\text{CaCO}_3^3 - \text{CaCO}_3^4) - \text{CaO}^4 -$ $\quad - 1,8668 d_{\text{S}_{\text{cb}}}^4 (\text{SiO}_2^0 + 0,4655 \text{AS}_2\text{H}_2^0)];$ $\text{C}_2\text{AS}^4 = 1,2346 \text{AS}_2^3 - 2,6882 \text{Al}_2\text{O}_3^4 - 1,7354 \text{CA}^4;$ $\text{C}_2\text{S}^4 = 0,85947(\text{CaCO}_3^3 - \text{CaCO}_3^4) - 0,628 \text{C}_2\text{AS}^4 - 0,54484 \text{CA}^4;$ $\text{MgO}^4 = 0,01 \text{M}_{\text{c}} g_0$
5 (800°C)	$\text{CaCO}_3^5 = d_{\text{CaCO}_3}^5 \text{CaCO}_3^0;$ $\text{CaO}^5 = 0,01 d_{\text{C}_{\text{cb}}}^5 \text{C}_{\text{c}} g_0;$ $\text{SiO}_2^5 = (1 - d_{\text{S}_{\text{cb}}}^5)(\text{SiO}_2^0 + 0,4655 \text{AS}_2\text{H}_2^0);$ $\text{Al}_2\text{O}_3^5 = d_{\text{A}_{\text{cb}}}^5 \text{A}_{\text{c}} g_0;$ $\text{C}_2\text{AS}^5 = 0,75 \text{C}_2\text{AS}^4 + (0,00426 \text{F}_{\text{c}} +$ $\quad + 3,42 \cdot 10^{-5} [(d_{\text{C}_{\text{cb}}}^9 - d_{\text{C}_{\text{cb}}}^{10}) \text{C}_{\text{c}} - (d_{\text{S}_{\text{cb}}}^{10} - d_{\text{S}_{\text{cb}}}^9) \text{S}_{\text{c}}]) g_0;$ $\text{CA}^5 = 0,71139 \text{AS}_2^3 - 1,549 \text{Al}_2\text{O}_3^5 - 0,57622 \text{C}_2\text{AS}^5;$ $\text{CF}^5 = 0,0135 \text{F}_{\text{c}} g_0;$ $\text{CS}^5 = -1,176(\text{CaCO}_3^0 - \text{CaCO}_3^5) + 2,1 \text{CaO}^5 + 0,746 \text{CA}^5 + 0,86 \text{C}_2\text{AS}^5 +$ $\quad + 0,5459 \text{CF}^5 + 3,9 d_{\text{S}_{\text{cb}}}^5 (\text{SiO}_2^0 + 0,4655 \text{AS}_2\text{H}_2^0) - 0,855 \text{C}_2\text{AS}^5;$ $\text{C}_2\text{S}^5 = 1,736(\text{CaCO}_3^0 - \text{CaCO}_3^5) - 3,1 \text{CaO}^5 - 1,1 \text{CA}^5 - 1,27 \text{C}_2\text{AS}^5 -$ $\quad - 0,806 \text{CF}^5 - 2,9 d_{\text{S}_{\text{cb}}}^5 (\text{SiO}_2^0 + 0,4655 \text{AS}_2\text{H}_2^0) + 0,636 \text{C}_2\text{AS}^5;$ $\text{MgO}^5 = 0,01 \text{M}_{\text{c}} g_0;$
6 (900°C)	$\text{CaCO}_3^6 = d_{\text{CaCO}_3}^6 \text{CaCO}_3^0;$ $\text{CaO}^6 = 0,01 d_{\text{C}_{\text{cb}}}^6 \text{C}_{\text{c}} g_0;$ $\text{SiO}_2^6 = (1 - d_{\text{S}_{\text{cb}}}^6)(\text{SiO}_2^0 + 0,4655 \text{AS}_2\text{H}_2^0);$ $\text{CA}^6 = 0,5 \text{CA}^5;$ $\text{C}_2\text{AS}^6 = 0,5 \text{C}_2\text{AS}^4 + (0,00851 \text{F}_{\text{c}} +$ $\quad + 6,833 \cdot 10^{-5} [(d_{\text{C}_{\text{cb}}}^9 - d_{\text{C}_{\text{cb}}}^{10}) \text{C}_{\text{c}} - (d_{\text{S}_{\text{cb}}}^{10} - d_{\text{S}_{\text{cb}}}^9) \text{S}_{\text{c}}]) g_0;$ $\text{C}_3\text{A}^6 = 1,71(\text{CA}^5 - \text{CA}^6) + 0,986(\text{C}_2\text{AS}^5 - \text{C}_2\text{AS}^6);$ $\text{CF}^6 = 0,2 \text{CF}^5;$

1	2
	$C_2F^6 = 1,7 Fe_2O_3^0 - 1,26 CF^6;$ $CS^6 = -1,176(CaCO_3^0 - CaCO_3^6) + 2,1CaO^6 + 0,7456CA^6 + 1,306C_3A^6 +$ $+ 0,859C_2AS^6 + 0,546CF^6 + 0,867C_2F^6 +$ $+ 3,9 d_{S_{cb}}^6 (SiO_2^0 + 0,4655AS_2H_2^0) - 0,855C_2AS^6;$ $C_2S^6 = 1,736(CaCO_3^0 - CaCO_3^6) - 3,1CaO^6 - 1,1CA^6 - 1,93C_3A^6 -$ $- 1,2685C_2AS^6 - 0,806CF^6 - 1,279C_2F^6 -$ $- 2,9 d_{S_{cb}}^6 (SiO_2^0 + 0,4655AS_2H_2^0) + 0,636C_2AS^6;$ $MgO^6 = 0,01 M_c g_0$
7 (1000°C)	$CaCO_3^7 = d_{CaCO_3}^7 CaCO_3^0;$ $CaO^7 = 0,01 d_{C_{cb}}^7 C_c g_0;$ $SiO_2^7 = (1 - d_{S_{cb}}^7)(SiO_2^0 + 0,4655AS_2H_2^0);$ $CA^7 = CA^6/3;$ $C_3A^7 = 0,5C_3A^6 + (0,01325A_c - 0,00846F_c -$ $- 0,0187[d_{C_{cb}}^{10}C_c - 2,8(1 - d_{S_{cb}}^{10})S_c]) g_0;$ $C_2AS^7 = 0,25C_2AS^4 + (0,0128F_c + 0,0001025[(d_{C_{cb}}^9 - d_{S_{cb}}^{10})C_c -$ $- (d_{S_{cb}}^{10} - d_{S_{cb}}^9)S_c]) g_0;$ $C_{12}A_7^7 = 1,254(CA^6 - CA^7) + 0,733(C_3A^6 - C_3A^7) + 0,7227(C_2AS^6 - C_2AS^7);$ $C_2F^7 = (0,017F_c - 0,000137[(d_{C_{cb}}^9 - d_{C_{cb}}^{10})C_c + 0,000383(d_{S_{cb}}^{10} - d_{S_{cb}}^9)S_c]) g_0;$ $CS^7 = -1,176(CaCO_3^0 - CaCO_3^7) + 2,1CaO^7 + 0,746CA_3^0 + 1,3C_3A_3^0 +$ $+ 1,019 C_{12}A_7^7 + 0,859C_2AS^7 + 0,546CF^7 + 0,867C_2F^7 +$ $+ 3,9 d_{S_{cb}}^7 (SiO_2^0 + 0,4655AS_2H_2^0) - 0,855C_2AS^7;$ $C_2S^7 = 1,736(CaCO_3^0 - CaCO_3^7) - 3,1CaO^7 - 1,1CA^7 - 1,93C_3A^7 -$ $- 1,504 C_{12}A_7^7 - 1,269C_2AS^7 - 0,806CF^7 - 1,279C_2F^7 -$ $- 2,9 d_{S_{cb}}^7 (SiO_2^0 + 0,4655AS_2H_2^0) + 0,6356C_2AS^7;$ $MgO^7 = 0,01 M_c g_0$
8 (1100°C)	$CaCO_3^8 = d_{CaCO_3}^8 CaCO_3^0;$ $CaO^8 = 0,01 d_{C_{cb}}^8 C_c g_0;$ $SiO_2^8 = (1 - d_{S_{cb}}^8)(SiO_2^0 + 0,4655AS_2H_2^0);$ $C_2S^8 = (0,0307(d_{C_{cb}}^8 - d_{C_{cb}}^{10} - 1)C_c - 0,086(d_{S_{cb}}^{10} - d_{S_{cb}}^8 - 1)S_c + 0,0507A_c -$ $- 0,0216F_c) g_0;$ $C_3S^8 = (0,0407(1 + d_{C_{cb}}^{10} - d_{C_{cb}}^8)C_c + 0,114(d_{S_{cb}}^{10} - 2/3d_{S_{cb}}^8 - 1)S_c -$ $- 0,067A_c + 0,0143F_c) g_0;$

1	2
	$C_{12}A_7^8 = 0,0275(d_{C_{cb}}^{10} C_c - 2,8(1 - d_{S_{cb}}^{10})S_c)g_0;$ $C_3A^8 = (0,0265A_c - 0,0169F_c)g_0 - 1,364C_{12}A_7^8;$ $C_2AS^8 = (0,017F_c + 0,000137[(d_{C_{cb}}^9 - d_{C_{cb}}^{10})C_c - (d_{S_{cb}}^{10} - d_{S_{cb}}^9)S_c])g_0;$ $C_2F^8 = C_2F^7;$ $MgO^8 = 0,01 M_c g_0;$
9 (1200°C)	$CaO^9 = 0,01 d_{C_{cb}}^9 C_c g_0;$ $SiO_{2к}^9 \text{ (кристобалит)} = 0,01(1 - d_{S_{cb}}^9)S_c g_0;$ $C_2S^9 = (-0,0307C_c + 0,086S_c + 0,0507A_c + 0,0108F_c)g_0;$ $C_3S^9 = [(0,0407 - 0,0136(d_{C_{cb}}^9 - d_{C_{cb}}^{10}))C_c + 0,038(d_{S_{cb}}^{10} - 3)S_c -$ $- 0,0672A_c - 0,0143F_c] g_0;$ $C_3A^9 = C_3A^8;$ $C_{12}A_7^9 = C_{12}A_7^8;$ $C_4AF^9 = [0,03043F_c - 0,0289(d_{C_{cb}}^9 - d_{C_{cb}}^{10})C_c + 0,0809(d_{S_{cb}}^{10} - d_{S_{cb}}^9)S_c]g_0;$ $C_2F^9 = 0,0171 F_c g_0 - 0,564 C_4AF^9;$ $C_2AS^9 = C_2F^9;$ $MgO^9 = 0,01 M_c g_0;$
10 (1300°C)	$CaO^{10} = 0,01 d_{C_{cb}}^{10} C_c g_0;$ $SiO_{2к}^{10} \text{ (кристобалит)} = 0,01(1 - d_{S_{cb}}^{10})S_c g_0;$ $C_2S^{10} = C_2S^9;$ $C_3S^{10} = (0,0407C_c + 0,038(d_{S_{cb}}^{10} - 3)S_c - 0,0672A_c - 0,0143F_c) g_0;$ $C_3A^{10} = C_3A^8;$ $C_{12}A_7^{10} = C_{12}A_7^8;$ $C_4AF^{10} = 0,03043 F_c g_0;$ $MgO^{10} = 0,01 M_c g_0;$
11 (1450°C)	Расчет по формулам зоны 6 табл. 5.2.
12 (выход из печи)	Расчет по формулам зоны 7 табл. 5.2.

На корректность расчетов во многом влияет правильность задания содержания свободного оксида кальция в сечениях и в некоторой степени содержания свободного оксида алюминия и связанного оксида

кремния. Поэтому в случае получения отрицательного содержания соединения в одном из сечений необходимо изменить соответствующие коэффициенты $d_{СВ}^i$, $d_{S_{СВ}}^i$ или $d_{A_{СВ}}^i$.

Действительный расход соединений с учетом безвозвратного пылеуноса в i -м сечении M^i , кг/кг кл., рассчитывается по выражениям:

$$M^i = M_T^i (1 - x_n) \left(1 - 0,01 q_{\text{ун}} \sum_{j=i+1}^n x_{\text{общ,ун}}^j \right)^{-1}, \quad i = 0 \dots n - 1; \quad (5.1)$$

$$M^i = M_T^i \left(1 - 0,01 q_{\text{ун}} \sum_{j=i+1}^n x_{\text{общ,ун}}^j \right)^{-1}, \quad i = 0 \dots n, \quad (5.2)$$

где x_n – доля присадки золы твердого топлива к клинкеру, кг/кг кл. (для твердого и газообразного топлива $x_n = 0$); $q_{\text{ун}}$ – количество безвозвратного пылеуноса по отношению к расходу сухой сырьевой смеси, %; $x_{\text{общ,ун}}^j$ – доля общего пылеуноса в j -й зоне (между сечениями $j - 1$ и j) от общего пылеуноса, сумма значений $x_{\text{общ,ун}}^j$ для всех зон равна 1, значения могут быть приняты по рис. 5.5; n – количество зон печи или номер выходного сечения.

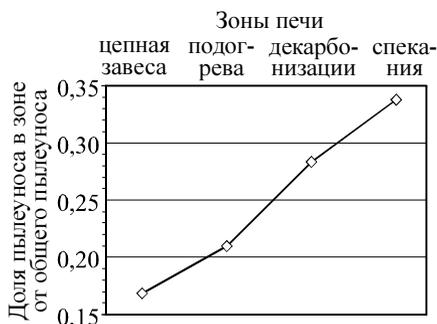


Рис. 5.5. Пылеунос в зонах вращающейся печи (среднее значение экспериментальных замеров, приведенных в табл. 5.11 работы [87])

Особенностью представленных в табл. 5.2 и 5.3 методов является использование в расчетах до зоны спекания содержания оксидов в сы-

рьевои смеси, а на выходе печи – содержание оксидов в клинкере. Это вызвано тем, что обычно присадка происходит в зоне спекания. Если она будет происходить в предшествующих зонах печи, необходимо аналогично пылеуносу задавать степень присадки золы в каждой зоне $x_{\text{пр}}^j$ и в соответствии с этой величиной рассчитывать действительный расход материалов:

$$M^i = M_{\text{т}}^i \left(1 - \sum_{j=0}^i x_{\text{пр}}^j \right) \left(1 - 0,01q_{\text{ун}} \sum_{j=i+1}^n x_{\text{общ,ун}}^j \right)^{-1} \quad (5.3)$$

При этом в расчетах необходимо использовать не содержание оксидов в сырьевой смеси, а содержание оксидов с учетом присадки, например для оксида кальция

$$C_{\text{с.п}}^i = \frac{C_{\text{с}}^i g_0 + C_{\text{п}}^i \sum_{j=0}^i x_{\text{пр}}^j}{g_0 + \sum_{j=0}^i x_{\text{пр}}^j} 100, \quad (5.4)$$

где $C_{\text{с.п}}^i$, $C_{\text{с}}^i$, $C_{\text{п}}^i$ – содержание оксида соответственно в сырьевой смеси с присадкой, в сырьевой смеси и присадке, мас. %.

Аналогичным образом может быть учтен избирательный пылеунос в печи.

Расход материала в каждом сечении печи определяется как сумма расходов всех соединений, на входе в печи эта сумма должна быть равна действительному расходу влажной сырьевой смеси, а на выходе – 1. Состав сырьевой смеси и клинкера должен быть согласован (должен соблюдаться материальный баланс содержания оксидов в сырьевой смеси с присадкой золы топлива и в клинкере), иначе расход соединений на входе в зону спекания и на выходе из нее будет отличаться.

Принимается, что в зоне спекания и охлаждения состав клинкера уже не меняется, поэтому эти зоны могут быть разбиты на более мелкие, например для более точного расчета процесса горения.

На рис. 5.6 представлены расходы соединений в печи, рассчитанные по двум описанным выше методикам.

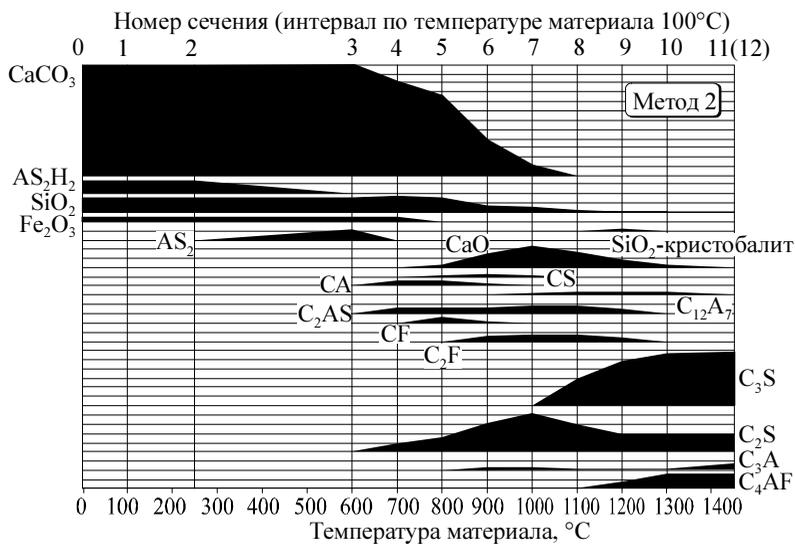
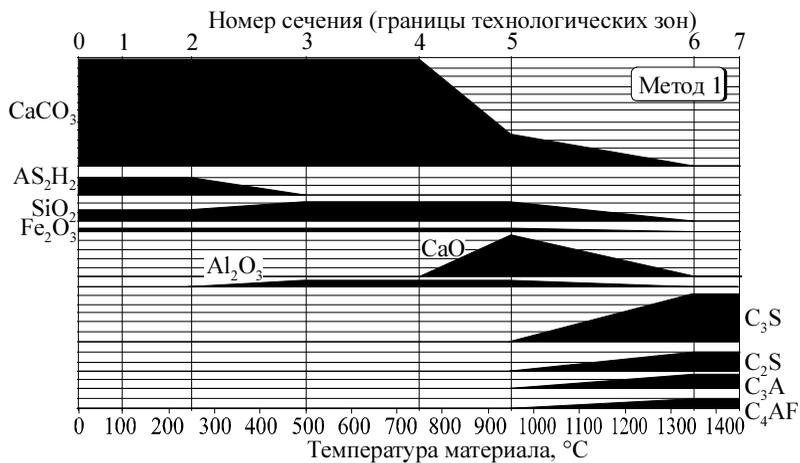


Рис. 5.6. Расход соединений в зонах печи:

шаг вертикальной сетки соответствует 0,1 кг/кг кл.,
 химический состав сырьевой смеси: CaO – 43,3%; SiO₂ – 14,2%; Al₂O₃ – 3,9%;
 Fe₂O₃ – 3,2%; ППП – 35,4%; химический состав клинкера:
 CaO – 67%; SiO₂ – 22%; Al₂O₃ – 6%; Fe₂O₃ – 5%

Рассчитанные расходы отмечены на границах зон, между этими точками изменение массы показано линейным.

Для сравнения предлагаемых методов выполнен расчет затрат теплоты на обжиг клинкера, состав сырьевой смеси и клинкера для которого взят из работы [81]. Затраты теплоты определялись по полной энтальпии материала H согласно выражению (5.26) и термодинамическим данным, приведенным в работе [88]. Результаты расчета представлены на рис. 5.7. Также на рис. 5.7 приведены затраты теплоты, рассчитанные в работе [81].

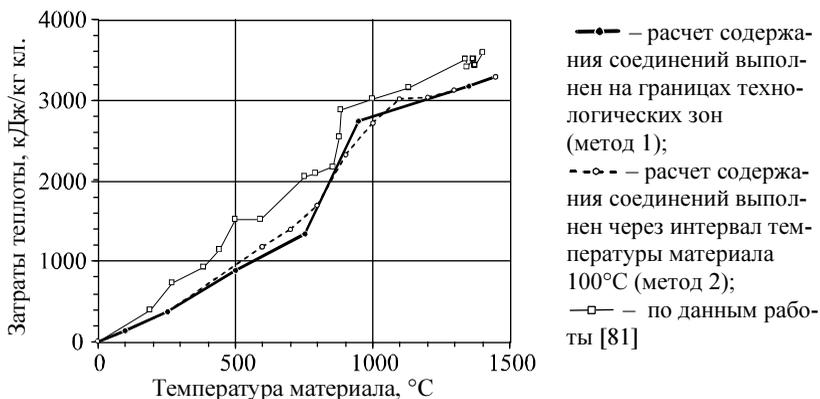


Рис. 5.7. Затраты теплоты на обжиг клинкера (нагрев и проведение химических реакций). Состав сырьевой смеси: CaO – 43,52%; SiO₂ – 13,95%; Al₂O₃ – 3,94%; Fe₂O₃ – 3,03%; ППП – 35,55%; влажность 0%. Состав клинкера: CaO – 67,52%; SiO₂ – 21,65%; Al₂O₃ – 6,12%; Fe₂O₃ – 4,71%

Изменение затрат теплоты, определенное при разделении печи на технологические зоны (метод 1) и при выделении зон с интервалами температуры материала в 100°C (метод 2) практически совпало, различие составило не более 10%, или 135 кДж/кг кл. Таким образом, оба эти метода могут использоваться для позонного расчета печи, но метод 2 по сравнению с методом 1 позволяет производить расчет теплообмена более точно. Затраты теплоты, определенные в работе [81], при отдельных температурах превышают представленные на величину до 40%, или 640 кДж/кг кл., а суммарные затраты – на 10%, или 354 кДж/кг кл. Это связано с различием в используемых термодинамических данных и с тем, что в работе [81] принято начало образо-

вания клинкерных минералов уже при 200...300°C, тогда как в предлагаемых схемах химических реакций они образуются при температуре выше 600°C.

Газы в каждом сечении состоят из продуктов горения, технологических газов, выделившихся из сырья, и физической влаги сырьевого шлама. Газ и материал в печи движутся противотоком. Поэтому объем технологических газов и испарившейся физической влаги в любом сечении определяется массой содержащих их соединений в этом сечении, которые затем разложатся в последующих зонах печи. Расчет объемов газов при нормальных условиях в i -м сечении может быть выполнен по следующим выражениям:

$$\text{CO}_2^i = \text{CO}_2^{\text{пр.г}} + 0,222\text{CaCO}_3^i + 0,242\text{MgCO}_3^i;$$

$$\text{H}_2\text{O}^i = \text{H}_2\text{O}^{\text{пр.г}} + \text{H}_2\text{O}_{\text{физ}}^i + 0,173\text{AS}_2\text{H}_2^i;$$

$$\text{N}_2^i = \text{N}_2^{\text{пр.г}};$$

$$\text{O}_2^i = \text{O}_2^{\text{пр.г}},$$

где $\text{CO}_2^{\text{пр.г}}$, $\text{H}_2\text{O}^{\text{пр.г}}$, $\text{N}_2^{\text{пр.г}}$, $\text{O}_2^{\text{пр.г}}$ – объемный состав продуктов горения топлива; CaCO_3^i , MgCO_3^i , $\text{H}_2\text{O}_{\text{физ}}^i$, AS_2H_2^i – действительный расход соединений в сечении.

При наличии в продуктах горения иных газов они могут быть добавлены как новые составляющие к приведенным выше. Если сырьевая смесь содержит выгорающую добавку или шлак, их состав учитывается в составе, ППП и титре сырьевой смеси и расчет соединений может быть произведен по приведенным методам. В методе 2 при этом необходимо корректировать значения $d_{\text{Ссв}}^i$, $d_{\text{Ссв}}^i$ и $d_{\text{Асв}}^i$ с учетом свойств вводимых добавок. В случае с выгорающей добавкой в связи с уменьшением ее массы (содержания летучей части) при горении требуется корректировка расчета действительного расхода соединений M^i . Для этого необходимо задать степень выгорания добавки по зонам и аналогично пылеуносу дополнить выражение (5.1). Расчет объема газов в сечениях также необходимо дополнить продуктами горения выгорающей добавки с учетом степени выгорания в сечении, по которой определяется соотношение массы летучих в сечении и на входе в печь.

§ 5.2. Уравнение теплового баланса на основе характеристик входных и выходных потоков

Расчет тепловых балансов является эффективным средством анализа тепловой работы промышленных агрегатов и их отдельных частей, сравнительного анализа различных технологических процессов [89, 90]. Он производится для оценки статей затрат теплоты в целом на процесс и на его отдельные стадии, определения расхода топлива или температуры одного из потоков.

При преобразовании исходного сырья в конечный продукт в высокотемпературных теплотехнологических установках производства строительных материалов происходит большое количество химических преобразований, наличие и последовательность которых индивидуальны для каждой печи и зависят от разнообразных трудноучитываемых факторов: вида сырьевых компонентов, содержания примесей в сырье, температурного режима в печи. Это затрудняет расчет затрат теплоты на различных стадиях процесса тепловой обработки сырья.

В настоящее время существуют два метода составления тепловых балансов. Первый из них заключается в оценке затрат теплоты на все процессы, проходящие при преобразовании веществ. Например, если вещество изменяется от состояния «1» до состояния «2» и при этом в точке «Р» с ним происходят химические или фазовые превращения, то удельные затраты теплоты ΔH на процессы нагрева и преобразования представляются в виде:

$$\begin{aligned} \Delta H &= \Delta H_{1-P} + \Delta H_{t_p}^p + \Delta H_{P-2} = \\ &= (c_{1,t_p} \cdot t_p - c_{1,t_1} \cdot t_1) + \Delta H_{t_p}^p + (c_{2,t_2} \cdot t_2 - c_{2,t_p} \cdot t_p), \end{aligned} \quad (5.5)$$

где ΔH_{1-P} – затраты на нагрев исходных веществ от точки «1» до точки «Р»; $\Delta H_{t_p}^p$ – теплота преобразований при температуре t_p ; ΔH_{P-2} – затраты на нагрев продуктов преобразования от точки «Р» до точки «2»; t_1 , t_p , t_2 – температуры в точках «1», «Р» и «2»; c_{1,t_1} , c_{1,t_p} – теплоемкость исходных веществ при температурах t_1 и t_p ; c_{2,t_p} , c_{2,t_2} – теплоемкость продуктов преобразования при температурах t_p и t_2 .

Другим способом является оценка теплосодержания исходных и конечных веществ и теплоты преобразования ΔH_0^p при температуре начального уровня (0°C – в теплотехнике и 25°C – в термодинамике), затраты теплоты имеют вид

$$\Delta H = -\Delta H_1 + \Delta H_0^p + \Delta H_2 = -c_{1,t_1} \cdot t_1 + \Delta H_{t_p}^p + c_{2,t_2} \cdot t_2. \quad (5.6)$$

Первый способ в основном применяется при расчете тепловых балансов отдельных участков аппаратов (так называемые позонные балансы) или затрат теплоты на отдельные стадии или процессы. Второй способ используется для расчета тепловых балансов аппаратов в целом.

По получаемым результатам эти два способа равнозначны, и, как показано далее, они являются двумя вариантами одного и того же уравнения теплового баланса, имеется возможность их математического преобразования друг в друга. Второй метод намного проще в реализации, так как не требует характеристик веществ в точке преобразования – теплоемкостей и теплоты преобразования при температуре t_p . Но общим недостатком обоих методов является необходимость учета всех химических и фазовых преобразований. Поэтому эти методы не позволяют создавать универсальные методики расчета балансов, а всегда описывают конкретный состав материалов и технологический процесс. Но согласно закону Г. Гесса, затраты теплоты на процесс не зависят от промежуточных состояний системы, а только от ее начального и конечного состояния. Представляется целесообразным производить расчет затрат теплоты, используя только составы и температуры веществ в начальной и конечной точках.

Далее на основе анализа методики расчета тепловых балансов предлагается проведение тепловых расчетов с использованием полной энтальпии входных и выходных потоков. Полная энтальпия включает физическую составляющую, определяемую температурой, и химическую составляющую, определяемую составом, агрегатным и структурным состоянием материала.

Изменение энтальпии ΔH системы в процессе ее химического и теплового изменения можно оценить по затратам теплоты на отдельные процессы:

$$\Delta H = \sum H_{\text{нагр}} + \sum H_{\text{пр}} + \sum H_{\text{пот}}, \quad (5.7)$$

где $H_{\text{нагр}}$ – изменение энтальпии при нагреве или охлаждении веществ; $H_{\text{пр}}$ – изменение теплоты при химическом или фазовом преобразовании веществ; $H_{\text{пот}}$ – потери теплоты. Так, если вещество переходит из состояния «1» в состояние «2», характеризующиеся разными темпера-

турами, и при этом в нем происходит химическое или фазовое превращение, то изменение энтальпии имеет вид

$$\Delta H = (c_{1,p} t_p - c_1 t_1) + \Delta H_p + (c_2 t_2 - c_{2,p} t_p), \quad (5.8)$$

где t_1 и t_2 – температуры в состоянии «1» и «2»; t_p – температура химического или фазового изменения; $c_1, c_{1,p}$ – средняя теплоемкость вещества в состоянии «1» в интервале температур от 0 до t_1 и t_p ; $c_2, c_{2,p}$ – средняя теплоемкость вещества в состоянии «2» в интервале температур от 0 до t_2 и t_p ; ΔH_p – теплота преобразования вещества при температуре t_p .

Недостаток такого способа расчета ΔH заключается в том, что необходимо учитывать все преобразования вещества, иметь значения теплоемкости для промежуточных веществ, если реакция многостадийная, и определять теплоту химических реакций и фазовых превращений при температурах этих процессов.

Согласно уравнению Кирхгофа [80], для постоянного давления тепловой эффект реакции и фазовых превращений при температуре t определяется по тепловому эффекту при нормальных условиях ΔH_{298} и изменению физической энтальпии системы:

$$\Delta H_t = \Delta H_{298} + \left(\sum c_{\text{пр},25-t} - \sum c_{\text{исх},25-t} \right) (t - 25), \quad (5.9)$$

где $c_{\text{пр},25-t}$, $c_{\text{исх},25-t}$ – средняя теплоемкость продуктов реакции и исходных веществ в интервале температур от 25°C до t .

Для условий, описываемых выражением (5.8), уравнение Кирхгофа примет вид

$$\Delta H_0 = \Delta H_{298} + c_{2,p,25-t} t_p - c_{1,p,25-t} t_p - 25(c_{2,p,25-t} - c_{1,p,25-t}). \quad (5.10)$$

Таким образом, уравнение (5.8) преобразуется к следующему виду:

$$\Delta H = \Delta H_{298} + c_2 t_2 - c_1 t_1 + \delta H, \quad (5.11)$$

где

$$\delta H = t_p(c_{1,p} - c_{1,p,25-t}) - t_p(c_{2,p} - c_{2,p,25-t}) - 25(c_{2,p} - c_{1,p}). \quad (5.12)$$

Если принять $\delta H = 0$, уравнение (5.11) примет вид, используемый в расчетах тепловых балансов:

$$\Delta H \approx \Delta H_{298} + c_2 t_2 - c_1 t_1. \quad (5.13)$$

В уравнении (5.13) затраты теплоты оцениваются по тепловому эффекту преобразования при нормальных условиях и энтальпии исходных и конечных веществ. Слагаемые этого уравнения интерпретируются как приход теплоты $H_{\text{пр}} = c_1 t_1$ и расход теплоты $H_{\text{рас}} = \Delta H_{298} + c_2 t_2$.

В связи с исключением δH в уравнении (5.11) имеется погрешность. Так как

$$\frac{1}{t} \int_0^t c_{\text{ист}} dt = \frac{1}{25} \int_0^{25} c_{\text{ист}} dt + \frac{1}{t-25} \int_{25}^t c_{\text{ист}} dt, \quad (5.14)$$

то

$$c = c_{0-25} + c_{25-t}, \quad (5.15)$$

где $c_{\text{ист}}$ – истинная теплоемкость; c – средняя теплоемкость в интервале $0 \dots t$; c_{0-25} – средняя теплоемкость в интервале $0 \dots 25^\circ\text{C}$; c_{25-t} – средняя теплоемкость в интервале $25 \dots t$.

С учетом уравнения (5.15) величина δH примет вид

$$\delta H = t_p (c_{1,0-25} - c_{2,0-25}) + 25(c_{1,p} - c_{2,p}). \quad (5.16)$$

Два слагаемых выражения (5.16) имеют противоположные знаки и поэтому частично компенсируются. Значения δH зависит от свойств веществ и температуры преобразования. Например, для реакции диссоциации CaCO_3 значение δH , рассчитанное на основании интегрирования уравнения истинной теплоемкости, приведенного в работе [80], равно 2,5 кДж/кг, или примерно 0,2% от теплового эффекта реакции.

Если оценивать тепловой эффект реакции по энтальпии образования исходных $\Delta H_{298,1}^0$ и конечных $\Delta H_{298,2}^0$ веществ

$$\Delta H_{298} = \Delta H_{298,2}^0 - \Delta H_{298,1}^0, \quad (5.17)$$

то уравнение (5.11) преобразуется к следующему виду:

$$\begin{aligned} \Delta H = & \Delta H_{298,2}^0 + t_p c_{2,0-25} - 25 c_{2,p,25-t} + c_2 t_2 - \\ & - (\Delta H_{298,1}^0 + t_p c_{1,0-25} - 25 c_{1,p,25-t} + c_1 t_1). \end{aligned} \quad (5.18)$$

Температура преобразования t_p может быть задана любая, от этого величина ΔH не изменится. Примем $t_p = 0^\circ\text{C}$, после чего (5.17) преобразуется в выражение:

$$\Delta H = (\Delta H_{298,2}^0 - 25 c_{2,0-25}) + c_2 t_2 - (\Delta H_{298,1}^0 - 25 c_{1,0-25}) - c_1 t_1. \quad (5.19)$$

Так как внутри скобок находятся энтальпии образования веществ при 0°C , то

$$\Delta H = \Delta H_{273,2}^0 + c_2 t_2 - (\Delta H_{273,1}^0 + c_1 t_1). \quad (5.20)$$

Таким образом, изменение энтальпии системы можно выразить через энтальпию образования при 0°C исходных $\Delta H_{273,1}^0$ и конечных $\Delta H_{273,2}^0$ веществ и их теплосодержание.

Расчет тепловых балансов на основе выражения (5.20) по сравнению с выражением (5.13) не требует информации о процессах внутри рассматриваемого объекта, а использует только состав, состояние и температуры входных и выходных потоков. Кроме того, в выражении (5.20) отсутствует ошибка, связанная с поправкой δH .

Трудность применения выражения (5.20) заключается в том, что его слагаемые имеют разный порядок (энтальпия образования намного больше теплосодержания), что может вызвать вычислительную потерю точности. Кроме того, теплотехнические расчеты проводятся с использованием массы веществ, а справочные термодинамические данные отнесены к одному молю вещества. Для приведения величин к одному порядку предлагается для веществ, химическую формулу которых можно представить в виде оксидного состава, использовать энтальпию образования не из элементов ΔH_{273}^0 , а из оксидов ΔH_0 . Такая замена также значительно упростит расчеты, так как значения ΔH_0 всех оксидов и элементарных веществ в этом случае будут равны

нулю. Также предлагается энтальпию образования рассчитывать не при температуре 25°C, а при нулевом уровне теплотехнических расчетов – 0°C. Величина ΔH_0 рассчитывается по уравнению Кирхгофа

$$\Delta H_0 = \Delta H_{298}^0 - \int_{273}^{298} c_{\text{ист}} dT - \sum \left(\Delta H_{298}^0 - \int_{273}^{298} c_{\text{ист } i} dT \right) \mu_i, \quad (5.21)$$

где ΔH_{298}^0 и $c_{\text{ист}}$ – энтальпия образования и истинная теплоемкость вещества; ΔH_{298}^0 и $c_{\text{ист } i}$ – энтальпия образования и истинная теплоемкость оксидов, входящих в вещество; μ_i – стехиометрический коэффициент.

Слагаемое ct уравнения (5.20) является энтальпией $H(t)$, определяемой через истинную теплоемкость. Для неорганических веществ уравнение зависимости истинной теплоемкости от температуры обычно приводят в виде

$$c_{\text{ист}} = a + bT + cT^2, \text{ кДж/моль} \cdot \text{К}. \quad (5.22)$$

Проинтегрировав уравнение (5.22) в интервале 273... T , заменив абсолютную температуру T на температуру по шкале Цельсия t и осуществив перевод из кДж/моль·К в кДж/кг·К через молярную массу M , получаем

$$H(t) = a' + b' t + c' t^2 + \frac{d'}{273,15 + t}, \quad (5.23)$$

где

$$a' = \frac{c}{273,15 M}; \quad b' = \frac{a + 273,15 b}{M}; \quad c' = \frac{b}{2 M}; \quad d' = -\frac{c}{M}.$$

Используя выражение (5.23) в уравнении (5.21) и приводя ΔH_0 к размерности кДж/кг, получаем

$$\Delta H_0 = \frac{1}{M} \left[\Delta H_{298}^0 - M H(25) - \sum \left[\Delta H_{298}^0 - M_i H_i(25) \right] \mu_i \right]. \quad (5.24)$$

Таким образом, тепловой баланс может быть рассчитан через энтальпию образования веществ из оксидов ΔH_0 , теплосодержание $H(t)$ входных и выходных потоков и потери теплоты $\Delta H_{\text{пот}}$:

$$\Sigma [\Delta H_0 + H(t)]_{\text{вход}} = \Sigma [\Delta H_0 + H(t)]_{\text{выход}} + \Sigma H_{\text{пот}}. \quad (5.25)$$

Уравнение (5.25) является уравнением теплового баланса процесса или аппарата, рассчитываемым на основе характеристик входных и выходных потоков. Полная энтальпия

$$H = \Delta H_0 + H(t) \quad (5.26)$$

при этом характеризует теплосодержание материала и энергию, которая необходима или которая выделяется при разложении веществ до оксидов.

Реакция горения осуществляется по следующей схеме:



Энтальпия образования кислорода равна нулю и поэтому расчет ΔH_0 топлива также может производиться по уравнению (5.24). Для топлива значение ΔH_0 будет равно его низшей теплоте сгорания при 0°C :

$$\Delta H_0 = Q_{\text{н}}^{\text{p}} - H_{\text{топл}}. \quad (5.27)$$

Таким же образом, через продукты окисления кислородом, могут быть представлены вещества, содержание которых через оксиды не выражается.

В работе [88] представлены термодинамические характеристики соединений в технологии цемента и стекла, предназначенные для использования в выражениях (5.23) и (5.24), полученные с использованием базы данных по термодинамике информационной системы анализа процессов преобразования сырья [91].

§ 5.3. Расчет затрат теплоты на декарбонизацию

Рассмотрим расчет теплоты на декарбонизацию карбоната кальция, выполненный с помощью различных методик. Начальная температура карбоната $t_1 = 450^\circ\text{C}$, конечная температура продуктов реакции $t_2 = 1000^\circ\text{C}$. На 1 кг карбоната в реакции



приходится $m_{\text{CaO}} = 0,560$ кг оксида кальция и $m_{\text{CO}_2} = 0,440$ кг углекислого газа, объем которого $V_{\text{CO}_2} = 0,222$ м³). Символами « c » в расчетах обозначена теплоемкость, индексы которой соответствуют материалу и его температуре.

1. Расчет затрат теплоты на все процессы по методике, приведенной в книге Ю. И. Дешко [79].

Нагрев карбоната от 450°C до температуры реакции $t_p = 900^\circ\text{C}$

$$q_{1-p} = c_{900}^{\text{CaCO}_3} t_p - c_{450}^{\text{CaCO}_3} t_1 = 0,266 \cdot 900 - 0,250 \cdot 450 = 126,9 \text{ ккал.}$$

Декарбонизация при температуре 900°C

$$q_p = 396 \text{ ккал.}$$

Нагрев оксида кальция от 900 до 1000°C

$$q_{p-2}^{\text{CaO}} = m_{\text{CaO}} \left(c_{1000}^{\text{CaO}} t_2 - c_{900}^{\text{CaO}} t_p \right) = \\ = 0,560 (0,214 \cdot 1000 - 0,213 \cdot 900) = 12,5 \text{ ккал.}$$

Нагрев углекислого газа от 900 до 1000°C

$$q_{p-2}^{\text{CO}_2} = V_{\text{CO}_2} \left(c_{1000}^{\text{CO}_2} t_2 - c_{900}^{\text{CO}_2} t_p \right) = \\ = 0,222 (0,5286 \cdot 1000 - 0,5201 \cdot 900) = 13,5 \text{ ккал.}$$

Всего затрат теплоты:

$$q = q_{1-p} + q_p + q_{p-2}^{\text{CaO}} + q_{p-2}^{\text{CO}_2} = 548,9 \text{ ккал} = 2298 \text{ кДж.}$$

2. Расчет затрат теплоты на все процессы по методике, приведенной в учебнике Х. С. Воробьева и Д. Я. Мазурова [78].

Нагрев карбоната от 450 до температуры реакции $t_p = 950^\circ\text{C}$

$$q_{1-p} = c_{950}^{\text{CaCO}_3} t_p - c_{450}^{\text{CaCO}_3} t_1 = 0,267 \cdot 950 - 0,250 \cdot 450 = 141,2 \text{ ккал.}$$

Декарбонизация при температуре 950°C

$$q_p = 396 \text{ ккал.}$$

Нагрев оксида кальция от 950 до 1000°C

$$q_{p-2} = m_{\text{CaO}} \left(c_{1000}^{\text{CaO}} t_2 - c_{950}^{\text{CaO}} t_p \right) = \\ = 0,560 (0,214 \cdot 1000 - 0,214 \cdot 950) = 6,0 \text{ ккал.}$$

Нагрев углекислого газа от 950 до 1000°C

$$q_{p-2} = V_{\text{CO}_2} \left(c_{1000}^{\text{CO}_2} t_2 - c_{950}^{\text{CO}_2} t_p \right) = \\ = 0,222 (0,5286 \cdot 1000 - 0,5244 \cdot 950) = 6,8 \text{ ккал.}$$

Всего затрат теплоты

$$q = 549,9 \text{ ккал} = 2302 \text{ кДж.}$$

Различие в 4,4 кДж, полученное по двум приведенным выше методикам, можно объяснить тем, что в первой реакция декарбонизации рассматривается при температуре 900°C, а во второй – при температуре 950°C, но при этом принимаются одинаковые тепловые эффекты. При расчете по термодинамическим данным работы [92] тепловой эффект реакции декарбонизации при температурах 900 и 950°C составляет соответственно 1653,0 и 1645,2 кДж/кг (или 394,9 и 392,4 ккал/кг), то есть разница равна 10,5 кДж/кг (или 2,5 ккал/кг).

3. Расчет по теплосодержанию потоков на входе и выходе и тепловому эффекту реакции при 0°C.

Теплосодержание CaCO₃ при температуре 450°C (приход теплоты)

$$q_{450}^{\text{CaCO}_3} = c_{450}^{\text{CaCO}_3} t_1 = 0,250 \cdot 450 = 112,5 \text{ ккал.}$$

Декарбонизация при температуре 0°C (расход теплоты)

$$q_p = 426 \text{ ккал.}$$

Теплосодержание CaO при температуре 1000°C (расход теплоты)

$$q_{1000}^{\text{CaO}} = m_{\text{CaO}} c_{1000}^{\text{CaO}} t_2 = 0,560 \cdot 0,214 \cdot 1000 = 119,8 \text{ ккал.}$$

Теплосодержание CO_2 при температуре 1000°C (расход теплоты)

$$q_{1000}^{\text{CO}_2} = V_{\text{CO}_2} c_{1000}^{\text{CO}_2} t_2 = 0,222 \cdot 0,5286 \cdot 1000 = 117,3 \text{ ккал.}$$

Всего затрат теплоты

$$\begin{aligned} q &= q_{\text{расх}} - q_{\text{прих}} = q_p + q_{1000}^{\text{CaO}} + q_{1000}^{\text{CO}_2} - q_{450}^{\text{CaCO}_3} = \\ &= 550,7 \text{ ккал} = 2305 \text{ кДж.} \end{aligned}$$

4. Расчет по энтальпии входных и выходных потоков.

Энтальпия карбоната кальция при температуре 450°C :

– физическая

$$\begin{aligned} H_{\text{CaCO}_3}(450) &= a' + b' t + c' t^2 + \frac{d'}{273,15 + t} = \\ &= -94,95 + 1,105 \cdot 450 + 10,96 \cdot 10^{-5} \cdot 450 + \\ &+ 25,94 \cdot 10^3 / (273,15 + 450) = 460,4 \text{ кДж (110,0 ккал);} \end{aligned}$$

– химическая

$$\Delta H_0 \text{ CaCO}_3 = -1778,7 \text{ кДж (-424,9 ккал);}$$

– полная

$$\begin{aligned} \Delta H_{\text{CaCO}_3} &= H_{\text{CaCO}_3}(450) + \Delta H_0 \text{ CaCO}_3 = \\ &= -1318,3 \text{ кДж (-314,9 ккал).} \end{aligned}$$

Энтальпия оксида кальция при температуре 1000°C :

– физическая

$$\begin{aligned} H_{\text{CaO}}(1000) &= -42,64 + 0,893 \cdot 1000 + 4,032 \cdot 10^{-5} \cdot 1000 + \\ &+ 11,65 \cdot 10^3 / (273,15 + 1000) = 899,8 \text{ кДж (215,0 ккал);} \end{aligned}$$

– химическая

$$\Delta H_0 \text{ CaO} = 0;$$

– полная

$$\Delta H_{\text{CaO}} = m_{\text{CaO}} \cdot H_{\text{CaO}}(1000) = 503,9 \text{ кДж (120,4 ккал).}$$

Энтальпия углекислого газа при температуре 1000°C:

– физическая

$$H_{\text{CO}_2}(1000) = -71,04 + 1,06 \cdot 1000 + 10,27 \cdot 10^{-5} \cdot 1000 + \\ + 19,4 \cdot 10^3 / (273,15 + 1000) = 1106,9 \text{ кДж (264,4 ккал);}$$

– химическая

$$\Delta H_0 \text{CO}_2 = 0;$$

– полная

$$\Delta H_{\text{CO}_2} = m_{\text{CO}_2} \cdot H_{\text{CO}_2}(1000) = 487,0 \text{ кДж (116,3 ккал).}$$

Затраты теплоты на преобразование

$$q = \sum \Delta H_{\text{выход}} - \sum \Delta H_{\text{вход}} = \Delta H_{\text{CaO}} + \Delta H_{\text{CO}_2} - \Delta H_{\text{CaCO}_3} = \\ = 2309 \text{ кДж (551,7 ккал).}$$

Таким образом, при расчете четырьмя способами получены затраты теплоты на процесс соответственно 2298, 2302, 2305, 2309 кДж/кг, то есть различие составляет не более 0,5%. Если учесть, что фактически физическая энтальпия $H(t)$ есть теплосодержание материала и при ручном расчете она может быть найдена через температуру и теплоемкость (аналогично рассмотренному способу 3), то последний способ является наименее трудоемким в расчетах.

§ 5.4. Баланс процесса обжига извести

В качестве примера особенностей предлагаемой методики рассмотрим процесс обжига извести во вращающейся печи. Схема материальных потоков, тепловой баланс печи, рассчитанный по выражению (5.13), и расход топлива, определенный по этому балансу, приведены на рис. 5.8.

Для расчета теплового баланса по выражению (5.25) определим согласно выражениям (5.24) и (5.23) входящие в уравнение характеристики веществ. В качестве исходных данных были использованы термодинамические характеристики из работы [88].

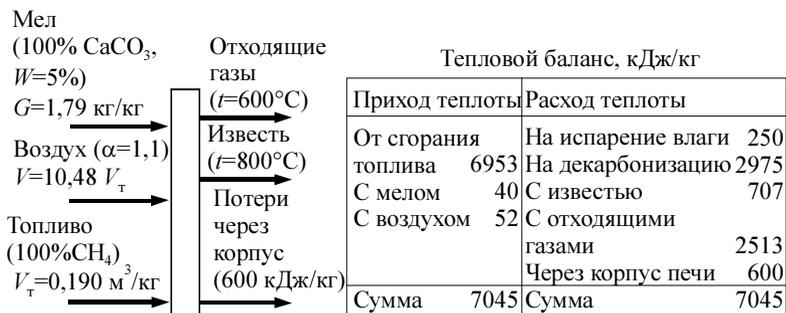


Рис. 5.8. Схема материальных потоков и тепловой баланс процесса обжига извести

Тепловой баланс, рассчитанный по характеристикам входных и выходных потоков, и определенный по нему расход топлива представлены в табл. 5.4.

В балансе, приведенном в табл. 5.4, по сравнению с традиционным представлением (рис. 5.8) в приходную часть перенесена теплота, необходимая на декарбонизацию и испарение влаги.

Таблица 5.4

Тепловой баланс процесса обжига извести, кДж/кг

Вход			Выход				
Материал	$H(t)$	ΔH_0	Сумма	Материал	$H(t)$	ΔH_0	Сумма
CaCO ₃	28	-3191	-3163	CaO	709	0	709
Воздух	55	0	55	Отходящие газы	2645	0	2645
CH ₄ (0,200 м ³ /кг)	0	7304	7304	в том числе			
H ₂ O (ж)	8	-250	-242	CO ₂	742	0	742
				H ₂ O	513	0	513
				O ₂	34	0	34
				N ₂	1356	0	1356
				Потери через корпус	600	0	600
Сумма			3954	Сумма			3954

Статьи балансов практически совпадают, незначительное различие в отдельных статьях объясняется неточностью расчета тепловых эффектов химических реакций и фазовых превращений, принятых в теплотехнике строительных материалов, что повлияло на расход топлива, полученный по двум методикам.

§ 5.5. Расчет затрат теплоты при последовательном преобразовании материала в цементной печи

Одним из способов оценки теплотехнической работы промышленных печей для обжига цементного клинкера и других строительных материалов является расчет затрат теплоты на различных стадиях преобразования исходного сырья в конечный продукт. При получении клинкера происходит большое количество химических преобразований, наличие и последовательность которых индивидуально для каждой печи и зависит от разнообразных трудноучитываемых факторов: вида сырьевых компонентов, содержания примесей в сырье, температурного режима в печи. Для создания универсальных алгоритмов расчета предлагается составление позонных тепловых балансов с использованием полной энтальпии входных и выходных потоков H , включающей физическую $H(t)$ и химическую ΔH_0 составляющие:

$$H = \Delta H_0 + H(t). \quad (5.28)$$

В цементной печи материал проходит ряд преобразований (см. §5.1), для которых по выражениям (5.23) и (5.24) могут быть рассчитаны затраты теплоты. Но оценивать затраты только по изменению энтальпии материала нельзя, так как при обжиге теплота расходуется на нагрев технологических газов, выделяющихся из материала и теряется через корпус печи. Поэтому необходимое количество теплоты по зонам печи будет определяться путем изменения энтальпии газового потока, в котором уже учтены затраты теплоты на нагрев технологических газов, рекуперация теплоты при их охлаждении и потери теплоты через корпус печи. Для такого расчета печь была разбита на ряд технологических зон, границы которых устанавливались по температуре материала. На границах зон определялись расходы соединений материала и расход газов. Температура газа на выходе из печи задавалась, а в остальных сечениях – последовательно вычислялась по уравнениям тепловых балансов зон (5.25).

На основе выражения (5.28) были рассчитаны затраты теплоты при преобразовании материала в цементной вращающейся печи. Расчет производился для сырьевой смеси и клинкера с $KH = 0,89$, $n = 1,9$, $p = 2,3$, влажностью 40% и потерями при прокаливании 35,8%. Сырьевая смесь состояла из карбоната кальция, каолинита и железосодержащей добавки. Наличие соединений в материале в зависимости от его температуры (табл. 5.5) задано согласно данным работы [86]. Печь разбита на зоны, соответствующие изменению температуры материала на 100°C. Коли-

чественное содержание соединений на границах зон определялось по табл. 5.3, составленной в соответствии с уравнениями материального баланса оксидов, также использовались данные работы [86] по наличию свободных CaO и SiO₂ и степени разложения CaCO₃ на различных стадиях обжига (см. рис.5.3, 5.4).

Таблица 5.5

Расход материала и газа по длине печи, кг/кг клинкера

Соединение	Температура материала, °С											
	0	100	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1450	1200
	Температура газа, °С (расчетная)											
	200	1023	1309	1387	1505	1769	1948	2041	2079	2109	2180	Обрез
Влага	1,037	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
CaCO ₃	1,201	1,201	1,201	1,033	0,865	0,396	0,120	0,000	–	–	–	–
AS ₂ H ₂	0,200	0,200	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
AS ₂	–	–	0,172	0,000	–	–	–	–	–	–	–	–
CaO	–	–	0,000	0,000	0,020	0,148	0,222	0,168	0,087	0,027	–	–
SiO ₂	0,121	0,121	0,121	0,173	0,143	0,075	0,045	0,024	–	–	–	–
SiO ₂ -крис- тобалит	–	–	–	–	–	–	–	–	0,015	0,004	–	–
Fe ₂ O ₃	0,034	0,034	0,034	0,034	–	–	–	–	–	–	–	–
CS	–	–	–	–	0,003	0,074	0,053	–	–	–	–	–
C ₂ S	–	–	0,000	0,039	0,145	0,241	0,364	0,369	0,211	0,211	0,211	0,211
C ₃ S	–	–	–	–	–	–	–	0,186	0,436	0,518	0,534	0,534
CA	–	–	–	0,051	0,074	0,037	0,012	–	–	–	–	–
C ₃ A	–	–	–	–	–	0,072	0,084	0,096	0,096	0,096	0,152	0,152
C ₁₂ A ₇	–	–	–	–	–	–	0,028	0,041	0,041	0,041	–	–
C ₂ AS	–	–	–	0,123	0,084	0,075	0,067	0,058	0,050	–	–	–
CF	–	–	–	–	0,046	0,009	–	–	–	–	–	–
C ₂ F	–	–	–	–	–	0,046	0,058	0,058	0,049	–	–	–
C ₄ AF	–	–	–	–	–	–	–	–	0,015	0,103	0,103	0,103
Всего	2,594	1,556	1,528	1,454	1,380	1,174	1,053	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
CO ₂	0,866	0,866	0,866	0,792	0,718	0,512	0,390	0,338	0,338	0,338	0,34	–
H ₂ O	1,341	0,303	0,275	0,275	0,275	0,275	0,275	0,275	0,275	0,275	0,28	–
N ₂	1,85	1,85	1,85	1,85	1,85	1,85	1,85	1,85	1,85	1,85	1,85	1,85
O ₂	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,57
CH ₄	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,12
Всего газов	4,14	3,10	3,07	3,00	2,92	2,72	2,60	2,54	2,54	2,54	2,54	2,54

В качестве топлива использован метан CH₄, горение задавалось при коэффициенте избытка воздуха $\alpha = 1,15$. Расход компонентов га-

зового потока, идущего в противотоке с материалом, определялся по материальному балансу горения топлива и количеству технологических газов и физической влаги, выделяющейся из сырья. Расход составляющих материалов и газа представлен в табл. 5.5, а энтальпия материального и газового потока – на рис. 5.9. Из рис. 5.9 видно, что основные затраты теплоты при обжиге клинкера соответствуют испарению физической влаги из шлама и декарбонизации сырья.

С использованием предлагаемой методики произведено сравнение затрат теплоты при выпуске рядового клинкера, низкоосновного клинкера и при вводе в сырьевую смесь шлака (рис. 5.10). Рассматривалась сухая сырьевая смесь, различающаяся составом и общими затратами теплоты, необходимыми на ее обжиг, которые для перечисленных вариантов соответственно составили 3604, 3419 и 3177 кДж/кг кл.

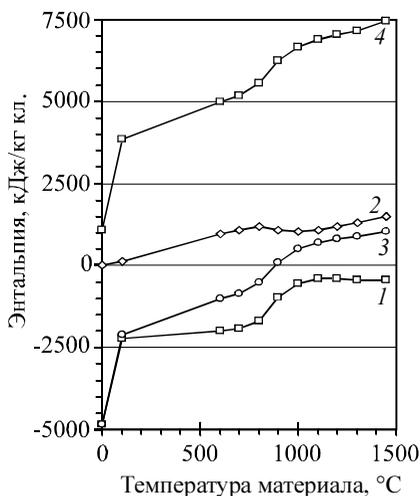


Рис. 5.9. $H-t$ диаграмма процесса обжига цементного клинкера (влажность сырьевой смеси 0%):

- 1 – энтальпия образования веществ, составляющих материал, из оксидов ΔH_0 ;
- 2 – теплосодержание (физическая энтальпия) материала $H(t)$;
- 3 – полная энтальпия материала $\Delta H_0 + H(t)$;
- 4 – теплосодержание (физическая энтальпия) газов $H(t)$

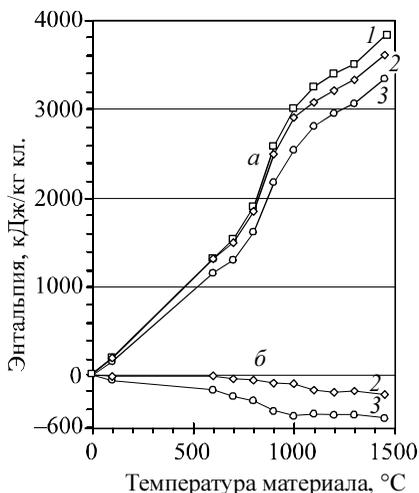


Рис. 5.10. Затраты теплоты при обжиге сухого сырья (теплота, отдаваемая газовым потоком):

- 1 – рядовой клинкер ($KH = 0,89, n = 1,9, p = 2,3$);
- 2 – низкоосновный клинкер ($KH = 0,7, n = 1,9, p = 2,3$);
- 3 – рядовой клинкер ($KH = 0,89, n = 1,9, p = 2,3$), получаемый из сырьевой смеси, содержащей 20% шлака;
- a* – абсолютные затраты теплоты; *б* – отличие от варианта 1

Из рис. 5.10 видно, что при выпуске низкоосновного клинкера экономия теплоты происходит в зонах экзотермических реакций и спекания. При вводе в сырьевую смесь шлака экономия теплоты происходит в зоне декарбонизации. Такое распределение теплоты необходимо учитывать при управлении печью и выборе оптимального режима сжигания топлива в ней.

С помощью предложенной методики рассмотрены затраты теплоты в печи при использовании в качестве силикатного компонента β -кварца и γ -тридимита. Разница энтальпии образования из элементов у этих веществ составляет 94,8 кДж/кг. По результатам расчета двух вариантов была определена разница в затратах теплоты на обжиг, представленная на рис. 5.11.

Как видно из рис. 5.11, заметная разница до 12,5 кДж/кг (0,5 кг усл. топл/кг) наблюдается только в высокотемпературных зонах печи. Но изменение затрат теплоты в зоне интенсивного теплообмена

вызывает в несколько раз более сильное изменение расхода топлива в целом по печи. Таким образом, использование в качестве сырьевого компонента различного вида SiO_2 характеризуется разницей в расходе условного топлива на обжиг до 1...3 кг.

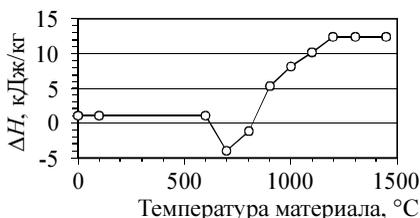


Рис. 5.11. Разница в затратах теплоты на обжиг при использовании в качестве сырья β-кварца и γ-тридимита

На основании приведенных примеров можно сделать вывод, что предлагаемый способ расчета затрат теплоты в печи характеризуется универсальностью и может служить основой информационных технологий и автоматизированных систем контроля и управления для высокотемпературных печей технологии строительных материалов.

В заключение необходимо отметить, что предлагаемый метод расчета тепловых балансов на основе характеристик входных и выходных потоков позволяет производить расчет без учета способов преобразования исходной сырьевой смеси в конечный продукт и промежуточных состояний системы. Это особенно актуально при анализе преобразования нетрадиционного и техногенного сырья, состав которого значительно варьируется. С использованием термодинамической базы данных, позволяющей проводить расчет ΔH_0 и $H(t)$ для материалов промышленности строительных материалов, методика может быть использована при решении следующих задач:

- создание информационных систем для тепловых расчетов промышленных печей с применением нетрадиционного или техногенного сырья и получение продуктов специальных видов;
- расчет позонных балансов промышленных печей с произвольно заданными границами зон;
- расчет теплового эффекта клинкерообразования при использовании нетрадиционного или техногенного сырья и получении продукции специального вида.

Глава 6. ПОЗОННЫЙ РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕНА В ЦЕМЕНТНОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЕЧИ

§ 6.1. Влияние теплового режима на производительность вращающейся печи

В настоящее время теплотехническая эффективность работы цементных вращающихся печей оценивается сравнением тепловых балансов, чему посвящен большой ряд публикаций, в частности, о влиянии технологических параметров на удельный расход топлива при обжиге цементного клинкера. Но изменение теплового режима приводит к изменению условий теплообмена и количества передаваемой в печи теплоты [86]. Если этого не учитывать, могут быть сделаны некорректные выводы о возможностях энергосбережения и интенсификации процесса обжига. Например, в комментариях к статье [93] утверждается, что при использовании печных горелок нового поколения с интенсивным предварительным смешением топлива и воздуха наличие первичного воздуха приводит к увеличению удельного расхода топлива. Там же изменение производительности печи $G_{\text{кл}}$ при изменении расхода топлива G_T оценивается по выражению $G_{\text{кл}} = Q/G_T$, то есть не учитывается изменение количества передаваемой теплоты Q . Но расчет теплообмена в печи показывает, что увеличение теплонапряжения факела, характерное для рассматриваемых горелок, несмотря на увеличение абсолютного расхода топлива приводит к уменьшению удельного расхода (что связано с увеличением производительности и уменьшением удельных теплопотерь через корпус), а производительность при этом растет в 1,5 раза быстрее, чем снижается удельный расход топлива [88].

Постановка задачи интенсификации работы печи путем улучшения теплообмена в ней выполнена в работе [86]. Задача тепловой работы печи – передать материалу нужное количество теплоты. В общем виде уравнение теплопередачи можно записать следующим образом:

$$q = k \Delta t F, \quad (6.1)$$

где Δt – разность температур (температурный напор) между газом и материалом; F – площадь поверхности материала, воспринимающая теплоту; k – усредненный коэффициент теплопередачи, зависящий от совокупности тепловых потоков в печи.

Чтобы передать необходимое количество теплоты q , необходимо обеспечить соответствующие значения величин k , Δt , F . Первые две из

них, коэффициент теплопередачи и разница температур между газом и материалом зависят от технологических параметров работы печи – расхода топлива, коэффициента избытка воздуха, КПД холодильника и т.д. Поэтому заданное количество передаваемой теплоты q определяет площадь поверхности материала, от которой зависит расход материала и производительность печи (рис. 6.1). Таким образом, при изменении режима работы печи будут изменяться два показателя – расход топлива и производительность, определение которых требует расчета теплообмена.

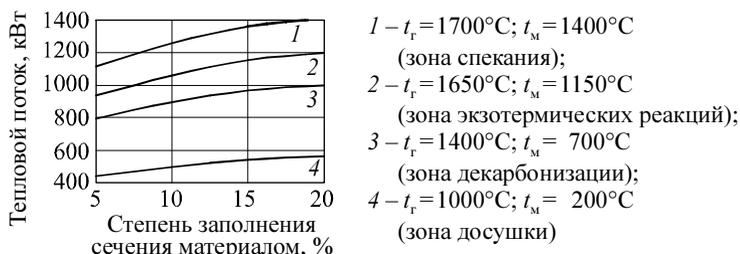


Рис. 6.1. Зависимость теплоты, получаемой материалом, от степени заполнения материалом сечения
 (t_r – температура газов; t_m – температура материала)

Общая постановка задачи моделирования работы высокотемпературных печей выполнена в работе [94]. Впервые теплообмен во вращающейся печи был изучен А. Фолио [95]. Методика расчета теплообмена в цементной вращающейся печи изложена в работах [77, 78]. В уравнениях теплообмена используются температуры газа, материала и футеровки, значительно изменяющиеся по длине печи. Поэтому печь разбивается на ряд участков, в каждом из которых эти температуры принимаются постоянными, средними между их значениями на границах. В большинстве случаев в качестве участков принимаются технологические зоны, выделяемые по температуре материала на их границах.

Целью расчета теплообмена является определение длины участков (технологических зон) и печи в целом. Если рассматривать существующую печь, то есть проводить поверочный расчет, то ее расчетная длина должна совпасть с реальной. Расчет теплообмена не позволяет этого получить, что связано с упрощениями в методике и неточностью коэффициентов теплообмена и свойств материалов. Поэтому предла-

гается для оптимизационных расчетов использовать два поправочных коэффициента, определяемых по известному режиму работы печи.

Первый коэффициент $k_{ц.3}$ уточняет коэффициент конвективной теплоотдачи в зоне цепной завесы:

$$\alpha_{ц.3} = \alpha'_{ц.3} / k_{ц.3}, \quad (6.2)$$

где $\alpha'_{ц.3}$ – коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по критериальному уравнению теплообмена; $\alpha_{ц.3}$ – коэффициент для рассчитываемой печи. Значение коэффициента $k_{ц.3}$ определяется по известной температуре материала на выходе из цепной завесы.

Второй коэффициент k_l уточняет длину всех остальных зон:

$$l_i = k_l l'_i, \quad (6.3)$$

где l'_i – длина зоны, определенная по расчету теплообмена; l_i – уточненная длина зоны. Поправочный коэффициент k_l определяется из условий равенства расчетной и фактической длины печи при заданных параметрах, в том числе и производительности. Таким образом, коэффициенты учитывают эмпирические зависимости теплообмена в конкретной печи.

В дальнейшем расчет теплообмена проводится с использованием коэффициентов $k_{ц.3}$ и k_l , и при изменении технологических параметров получается отклонение режима работы печи от базового.

Параметры, которые влияют на теплообмен в печи, можно разделить на три группы:

1) конструктивные размеры печи (длина, диаметр, толщина футеровки);

2) технологические параметры процесса обжига, которые могут быть изменены: производительность $G_{кл}$; свойства сырья T_c , ППП $_c$, W_c ; состав топлива; коэффициент избытка воздуха α ; толщина обмазки $s_{об}$; скорость ветра $v_{о.с}$ и температура окружающей среды $T_{о.с}$; частота вращения печи и др.;

3) зависимые параметры, полностью определяемые параметрами из двух предыдущих групп (расход топлива, определяемый в зависимости от конструктивных и технологических параметров по уравнениям теплового баланса, температура, расход, скорость и свойства газов по длине печи, геометрические характеристики слоя материала и др.).

Для изменения режима работы действующей печи изменять можно только параметры из второй группы, что, в свою очередь, будет влиять на получаемую в расчете длину печи. Для приведения значения этого

параметра в соответствие с реальным значением предлагается изменять производительность печи $G_{\text{кл}}$, что приведет к изменению степени заполнения печи материалом и величин тепловых потоков в печи.

Таким образом, интенсификация работы действующей печи заключается в изменении технологических параметров ее работы так, чтобы обеспечивалось повышение производительности при условии сохранения постоянной длины печи, определяемой в результате ее теплового расчета. Расчет при этом заключается в нахождении базового варианта, соответствующего реальному режиму работы печи, затем в изменении исходных данных и решении уравнения

$$\sum l_i (G_{\text{кл}}) = L, \quad (6.4)$$

где l_i – длины зон, получаемые по расчету теплообмена; L – заданная длина печи.

Общий алгоритм расчета печи представлен на рис. 6.2.



Рис. 6.2. Итерационный расчет теплообмена в действующей печи

Методы расчета материального и теплового баланса печи в целом и ее отдельных зон, а также теплового потока через футеровку в окружающую среду рассмотрены в работах [87, 88]. В следующем подразделе рассмотрен расчет теплообмена в сечении вращающейся печи.

§ 6.2. Позонный расчет теплообмена в цементной вращающейся печи

Вращающаяся печь представляет собой противоточный теплообменник с распределенными параметрами. В связи со значительными изменениями температуры, расходов и свойств теплоносителей по длине печи ее необходимо разбивать на ряд участков (зон), выделяемых по заданной температуре материала на их границах (рис. 6.3). В каждой зоне теплообмен можно представить моделью со сосредоточенными параметрами. Тепловой баланс зоны (рис. 6.4) имеет следующий вид:

$$H'_m + H'_g + q_T = H''_m + H''_g + q_{o.c.}, \quad (6.5)$$

где H'_m, H''_m – полная энтальпия материала на входе и выходе зоны; H'_g, H''_g – полная энтальпия газов на входе и выходе зоны; q_T – теплота, выделившаяся при сгорании твердого или жидкого топлива или выгорающих добавок; $q_{o.c.}$ – потери теплоты в окружающую среду через ограждающие стенки печи.

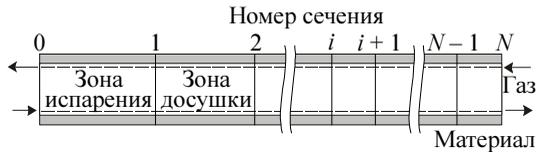


Рис. 6.3. Зоны вращающейся печи

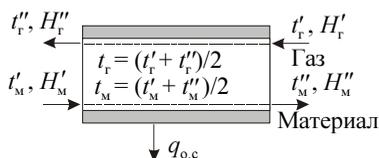


Рис. 6.4. Температуры t и энтальпии h газа и материала на границах зон

Полная энтальпия H (см. подраздел 5.2)

$$H = \Delta H_0 + H(t) \quad (6.6)$$

рассчитывается на основании термодинамических данных для соединений и включает химическую составляющую ΔH_0 , представляющую

теплоту образования соединений из оксидов при 0°C и термическую составляющую (энтальпию) $H(t)$, представляющую затраты на нагрев соединений от 0°C до температуры t . Разница полных энтальпий потоков на входе и выходе зоны учитывает тепловые эффекты химических реакций для материала и теплоту горения газообразного топлива. Для твердого и жидкого топлива и органических выгорающих соединений сырья термодинамические данные отсутствуют, поэтому теплоту их сгорания учитывает величина $q_{\text{т}}$.

Температуры материалов на границах зон являются заданными, температура газового потока известна только на входе и выходе печи, но в сечениях они могут быть определены по уравнениям (6.5) последовательным расчетом, начиная с последней зоны. Критерием правильности расчета может служить равенство температуры газов на выходе из первой зоны и температуры отходящих газов печи, задаваемой в тепловом балансе.

Рассмотрим сечение печи (рис. 6.5).

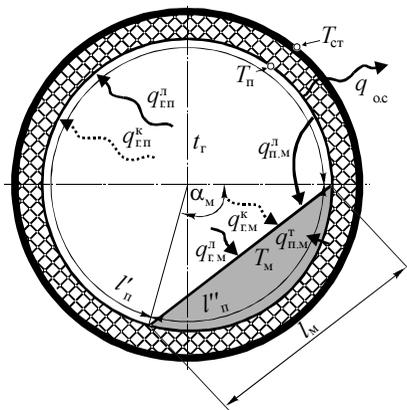


Рис. 6.5. Теплообмен во вращающейся печи

Согласно методике расчета, изложенной в работе [78] и частично измененной для $q_{\text{п,м}}^{\text{т}}$ и $q_{\text{о,с}}$, тепловые потоки могут быть описаны следующими уравнениями:

– конвективный тепловой поток от газа к внутренней поверхности печи

$$q_{\text{г,п}}^{\text{к}} = \alpha_{\text{к}} (T_{\text{г}} - T_{\text{п}}) l'_{\text{п}}; \quad (6.7)$$

– тепловой поток излучением от газа к внутренней поверхности печи

$$q_{г,п}^л = \sigma \varepsilon'_п \left[\varepsilon_г T_г^4 - \varepsilon_{г,п} T_п^4 \right] l''_п; \quad (6.8)$$

– конвективный тепловой поток от газа к материалу

$$q_{г,м}^к = \alpha_к (T_г - T_м) l_м; \quad (6.9)$$

– тепловой поток излучением от газа к материалу

$$q_{г,м}^л = \sigma \varepsilon_м \left[\varepsilon_г T_г^4 - \varepsilon_{г,м} T_м^4 \right] l_м \quad (6.10)$$

– тепловой поток теплопроводностью от внутренней поверхности печи к материалу

$$q_{п,м}^т = k' (T_п - T_м) l''_п; \quad (6.11)$$

– тепловой поток излучением от внутренней поверхности печи к материалу

$$q_{п,м}^л = \sigma \varepsilon_м \left[\varepsilon_п (1 - \varepsilon_{г,п}) \frac{l''_п}{l_м} T_п^4 - \varepsilon_м T_м^4 \right] l_м; \quad (6.12)$$

– тепловой поток в окружающую среду

$$q_{о,с} = 2\pi \left[\frac{1}{\lambda_{об}} \ln \frac{D - 2s_\phi}{D - 2(s_\phi + s_{об})} + \frac{1}{\lambda_\phi} \ln \frac{D}{D - 2s_\phi} + \frac{2}{\alpha_{о,с} D} \right]^{-1} (T_п - T_{о,с}), \quad (6.13)$$

где $T_г$, $T_п$, $T_м$, $T_{о,с}$ – средняя абсолютная температура газа, внутренней поверхности печи, материала и окружающей среды, К; $\alpha_к$, $\alpha_{о,с}$ – коэффициент конвективной теплоотдачи от газа к поверхности материала и внутренней поверхности печи и усредненный коэффициент конвективной и лучистой теплоотдачи от поверхности печи в окружающую среду, Вт/м²·К; k' – усредненный коэффициент теплопередачи от внут-

ренной поверхности печи к материалу теплопроводностью, $\text{Вт}/\text{м}^2\cdot\text{К}$; $\varepsilon_{\text{п}}$, $\varepsilon_{\text{м}}$ – степень черноты внутренней поверхности печи и материала; $\varepsilon'_{\text{п}} \approx 0,5(\varepsilon_{\text{п}} + 1)$ – приведенная степень черноты системы «газ – внутренняя поверхность печи»; $\varepsilon_{\text{г}}$, $\varepsilon_{\text{г.п}}$, $\varepsilon_{\text{г.м}}$ – степень черноты газов соответственно при средней температуре газа, внутренней поверхности печи и материала; $\varepsilon_{\text{пр}}$ – приведенная степень черноты замкнутой системы «внутренняя поверхность печи–материал»; $l_{\text{м}}$ – длина открытой поверхности (хорды) материала, м; $l'_{\text{п}}$, $l''_{\text{п}}$ – длина внутренней поверхности печи, соответственно не закрытой и закрытой материалом, м; D – диаметр обечайки печи, то есть ее наружный диаметр, м; $s_{\text{ф}}$, $s_{\text{об}}$ – толщина обмазки и футеровки, м; $\lambda_{\text{об}}$, $\lambda_{\text{ф}}$ – коэффициент теплопроводности обмазки и футеровки, $\text{Вт}/\text{м}\cdot\text{К}$; σ – постоянная Стефана Больцмана.

На рис. 6.6 приведены тепловые потоки в технологических зонах печи, откуда видно, что основное количество теплоты материал получает путем излучения.



Рис. 6.6. Тепловые потоки в технологических зонах вращающейся печи
 ($q_{\text{г}}$ – теплота, отдаваемая газом; $q_{\text{м}}$ – теплота, получаемая материалом)

Уравнения (6.7), (6.8), (6.11)–(6.13) включают неизвестную температуру внутренней поверхности печи, которая определяется путем итерационного расчета. Общий алгоритм расчета теплообмена в зоне представлен на рис. 6.7.

§ 6.3. Расчет теплообмена в зоне без теплообменных устройств

Методика расчета теплообмена, основанная на работах [77, 78] с использованием методик работы [88] и адаптированная к компьютерному расчету, представлена в табл. 6.1, 6.2. В методике сохранены критериальные уравнения для расчета конвективного теплообмена и уравнения для расчета свойств, например степени излучения газового потока, приведенные в работе [78]. Это сделано в связи с тем, что при использовании уравнений других источников, например справочника Кутателадзе 1990 г. [96], результаты расчетов заметно не изменяются. По сравнению с работой [78] в методике изменены способ расчета теплосодержаний потоков, затрат теплоты на химические реакции и фазовые превращения, расчет потерь теплоты в окружающую среду, уточнен расчет теплообмена излучением. В методике не учтены потери теплоты излучением в холодные зоны печи

$$q_{\text{л}} = -\frac{4\sigma}{3k} \frac{\partial T^4}{\partial l}$$

в связи с большой неточностью определения этой величины. В работе [78] рекомендуется принимать эти потери в размере 840 кДж/кг кл. для зоны спекания и 420 кДж/кг кл. для зоны экзотермических реакций. Эта величина может быть учтена при расчете п. 13 табл. 6.2.

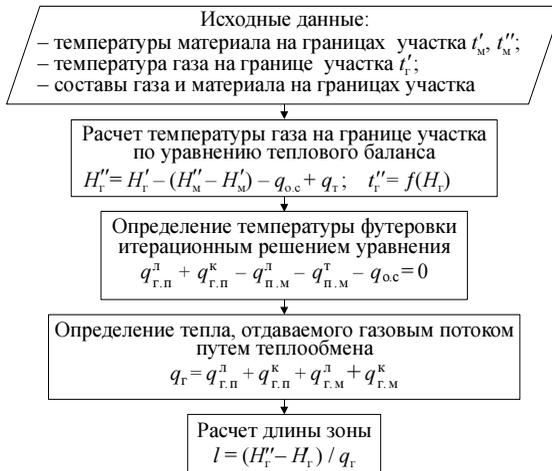


Рис. 6.7. Расчет теплообмена в зоне печи

Особенностью методики является возможность произвольного разбиения печи на зоны (участки). Границы зон задаются составом материала и газа и температурой материала.

Таблица 6.1

**Исходные данные для расчета теплообмена в зоне
без теплообменных устройств**

Наименование параметра	Обозначение	Размерность
1	2	3
Характеристики потоков на границе зоны (см. рис. 6.4)		
Характеристики материала на входе в зону: температура теоретическая удельная масса компонентов теоретический расход (без учета пылеуноса)	t'_m M'_{M_i} $G'^T = \sum M'_{M_i}$	°С кг/кг кл. кг/кг кл.
Характеристики материала на выходе из зоны: температура теоретическая массовая доля соединений теоретический расход (без учета пылеуноса)	t''_m M''_{M_i} $G''^T = \sum M''_{M_i}$	°С кг/кг кл. кг/кг кл.
Характеристики газов на входе в зону: температура (для входа в печь задаются температура топлива t_T и температура воздуха t_B) объем газов (CO'_2, H_2O', N'_2, O'_2 , горючие газы) содержание пыли Объем на выходе из зоны ($CO''_2, H_2O'', N''_2, O''_2$)	t'_g V'_{g_i} G'_n V''_{g_i}	°С м ³ /кг кл. кг/кг кл. м ³ /кг кл.
Расход твердого и жидкого топлива, выгорающей добавки на входе в зону на выходе из зоны Теплота сгорания твердого и жидкого топлива, выгорающей добавки	M'_T M''_T Q_{HT}^P	кг/кг кл. кг/кг кл. кДж/кг
Характеристики печи		
Производительность	G	т/ч
Внешний диаметр печи	D	м
Наклон печи к горизонту (обычно 3,5 °)	α_n	°
Время одного оборота (40...100 с)	$\tau_{об}$	с
Угол естественного откоса материала (50° для зон экзотермических реакций, спекания и охлаждения, 35° для остальных зон)	α_m	°

Окончание табл. 6.1

1	2	3
Тип футеровки (магнезитохром для зон экзотермических реакций, охлаждения и спекания, шамот для остальных зон)	—	—
Толщина футеровки (0,2 м для шамота, 0,12 м для хроммагнезита)	$s_{\text{ф}}$	М
Толщина обмазки (0,1...0,2 м для зон экзотермических реакций, охлаждения и спекания, 0 м для остальных зон)	$s_{\text{об}}$	М
Характеристики потоков в печи		
Степень черноты материала (принимается 0,8)	$\varepsilon_{\text{м}}$	—
Степень черноты внутренней поверхности печи (принимается 0,9)	$\varepsilon_{\text{п}}$	—
Степень черноты наружной поверхности (корпуса) печи (принимается 0,8...0,95)	$\varepsilon_{\text{к}}$	—
Плотность материала (зоны досушки – 1200, дегидратации и подогрева – 1250, декарбонизации – 1350, экзотермических реакций – 1400, спекания и охлаждения – 1500 кг/м ³)	$\rho_{\text{м}}$	кг/м ³
Диаметр частиц пыли (принимается 25 мкм)	$d_{\text{п}}$	мкм
Тип газового потока (полусветящийся для зон экзотермических реакций и декарбонизации, светящийся для зон охлаждения и спекания, несветящийся для остальных зон)	—	—
Технологические характеристики процесса обжига		
Потери при прокаливании сырьевой смеси	ППП _с	%
Общее количество пылеуноса по отношению к расходу сухой сырьевой смеси (до 40...60%)	$q_{\text{общ.ун}}$	%
Количество безвозвратного уноса по отношению к расходу сухой сырьевой смеси (0,5...3%)	$q_{\text{ун}}$	%
Степень декарбонизации уноса (0,3...0,6)	$k_{\text{дек.ун}}$	—
Доля пылеуноса в зоне по отношению к общему (имеется в зонах досушки, декарбонизации, экзотермических реакций, охлаждения и спекания, сумма $g_{\text{п}}$ всех зон должна быть 100%. Может быть рассчитана по данным работы [87])	$g_{\text{п}}$	%
Доля присаживающейся к материалу золы топлива	$q_{\text{з}}$	%
Температура окружающего воздуха	$t_{\text{о.с}}$	°С

Таблица 6.2

Расчет теплообмена в зоне без теплообменных устройств

№	Величина	Обозначение	Размерность	Расчетная формула
1	2	3	4	5
1.	Расход сухой сырьевой смеси	$g_{\text{сух.с}}$	$\frac{\text{кг}}{\text{кг кл.}}$	$g_{\text{сух.с}} = \frac{1 - 0,01q_3}{(1 - 0,01\text{ПППЦ})(1 - 0,01q_{\text{вн}})}$
2.	Количество уносимой пыли в зоне	$G_{\text{пi}}$	$\frac{\text{кг}}{\text{кг кл.}}$	$G_{\text{пi}} = \frac{g_{\text{пi}}}{100} \frac{g_{\text{сух.с}}}{100} [q_{\text{общ.ун}} - q_{\text{вн}}(1 - 0,01k_{\text{дек.ун}} \text{ПППЦ})]$
3.	Содержание пыли в газах на выходе из зоны	$G_{\text{п}}''$	$\frac{\text{кг}}{\text{кг кл.}}$	$G_{\text{п}}'' = G_{\text{п}}' + G_{\text{пi}}''$
4.	Расход материала на выходе из зоны	$G_{\text{м}}''$	$\frac{\text{кг}}{\text{кг кл.}}$	$G_{\text{м}}'' = G_{\text{м}}''^{\text{т}} + G_{\text{п}}''$
5.	Расход материала на входе в зону	$G_{\text{м}}'$	$\frac{\text{кг}}{\text{кг кл.}}$	$G_{\text{м}}' = G_{\text{м}}'^{\text{т}} + G_{\text{п}}''$
6.	Энтальпия материала на входе в зону	$H_{\text{м}}'$	$\frac{\text{кДж}}{\text{кг кл.}}$	$H_{\text{м}}' = \frac{G_{\text{м}}'}{G_{\text{м}}'^{\text{т}}} \sum M_{\text{мi}} H_i$; значение H_i определяется по выражению (5.26) при $t_{\text{м}}'$
7.	Энтальпия материала на выходе из зоны	$H_{\text{м}}''$	$\frac{\text{кДж}}{\text{кг кл.}}$	$H_{\text{м}}'' = \frac{G_{\text{м}}''}{G_{\text{м}}''^{\text{т}}} \sum M_{\text{мi}} H_i$; значение H_i определяется по выражению (5.26) при $t_{\text{м}}''$
8.	Энтальпия газов на входе в зону	$H_{\text{г}}'$	$\frac{\text{кДж}}{\text{кг кл.}}$	$H_{\text{г}}' = \sum V_{\text{гi}}' H_i$; значение H_i определяется по выражению (5.26) при $t_{\text{г}}'$; для входа газов в печь полная энтальпия составляющих газообразного топлива рассчитывается по температуре $t_{\text{г}}$, а воздуха – по $t_{\text{в}}$
9.	Теплота сгорания топлива, выгорающей добавки	$Q_{\text{т}}$	$\frac{\text{кДж}}{\text{кг кл.}}$	$q_{\text{т}} = (M_{\text{т}}' - M_{\text{т}}'') Q_{\text{нт}}'$
10.	Удельные потери в окружающую среду	$Q_{\text{о.с}}$	$\frac{\text{кДж}}{\text{кг кл.}}$	Первоначально принимаются по данным работ [78, 97], затем – по результатам предыдущей итерации, $Q_{\text{о.с}} = 0,0036 q_{\text{о.с}} L_i / G$

1	2	3	4	5
11.	Энтальпия пыли на входе в зону	H'_n	$\frac{\text{кДж}}{\text{кг кл.}}$	$H'_n = G'_n c'_n t'_r$; удельная теплоемкость пыли c'_n принимается равной теплоемкости клинкера при температуре t'_r
12.	Энтальпия пыли на выходе из зоны	H''_n	$\frac{\text{кДж}}{\text{кг кл.}}$	$H''_n = G''_n c''_n t''_r$; удельная теплоемкость пыли c''_n принимается равной теплоемкости клинкера при температуре t''_r , в первой итерации t''_r принимается, в остальных используется результат предыдущей итерации
13.	Энтальпия газов на выходе из зоны	H''_g	$\frac{\text{кДж}}{\text{кг кл.}}$	$H''_g = H'_g + (H'_m - H''_m) + (H'_n - H''_n) + Q_T - Q_{o.c}$
14.	Температура газов на выходе из зоны	t''_g	$^{\circ}\text{C}$	t''_g определяется численным решением уравнения $H''_g = \sum V''_{gi} H_i$; значение H_i определяется при t''_g . Пункты 12–14 повторяются итерационно до достижения сходимости t''_g
15.	Средняя температура газов в зоне	t_g	$^{\circ}\text{C}$	$t_g = 0,5(t'_g + t''_g)$
16.	Средняя температура материала в зоне	t_m	$^{\circ}\text{C}$	$t_m = 0,5(t'_m + t''_m)$
17.	Температура внутренней поверхности печи (обмазки или футеровки)	t_p	$^{\circ}\text{C}$	Принимается на 100...300 $^{\circ}\text{C}$ ниже t_g , затем используются результаты расчета теплообмена предыдущей итерации
18.	Температура наружной поверхности (корпуса) печи	t_k	$^{\circ}$	Первоначально принимается 100...300 $^{\circ}\text{C}$, затем используются результаты расчета теплообмена предыдущей итерации
19.	Средний объемный расход материала в зоне	V_m	$\frac{\text{м}^3}{\text{ч}}$	$V_m = \frac{G(G'_m + G''_m)}{\rho_m}$
20.	Средний расход газов в зоне	V_{gi} (CO_2 , N_2 , O_2 , H_2O)	$\frac{\text{м}^3}{\text{кг кл.}}$	Для последней зоны $\text{CO}_2 = \text{CO}''_2$; $\text{N}_2 = \text{N}''_2$; $\text{O}_2 = \text{O}''_2$; $\text{H}_2\text{O} = \text{H}_2\text{O}''$; для остальных зон $\text{CO}_2 = 0,5(\text{CO}'_2 + \text{CO}''_2)$; $\text{N}_2 = 0,5(\text{N}'_2 + \text{N}''_2)$; $\text{O}_2 = 0,5(\text{O}'_2 + \text{O}''_2)$; $\text{H}_2\text{O} = 0,5(\text{H}_2\text{O}' + \text{H}_2\text{O}'')$

Продолжение табл. 6.2

1	2	3	4	5
21.	Средний расход газового потока	V_{Γ}	$\frac{\text{м}^3}{\text{кг кл.}}$	$V_{\Gamma} = \sum V_{\Gamma i}$
22.	Внутренний диаметр печи	$D_{\text{внутр}}$	м	$D_{\text{внутр}} = D - 2(s_{\text{ф}} + s_{\text{об}})$
23.	Средняя скорость материала	$v_{\text{м}}$	$\frac{\text{м}}{\text{ч}}$	$v_{\text{м}} = 1,88 D_{\text{внутр}} \frac{60}{\tau_{\text{об}}} \frac{\alpha_{\text{п}}}{\sin \pi \frac{\alpha_{\text{м}}}{180}}$, скорость материала может быть рассчитана по данным гл. 5 работы [87]
24.	Степень заполнения материалом сечения печи	$s_{\text{м}}$	—	$s_{\text{м}} = \frac{V_{\text{м}}}{v_{\text{м}}} \frac{\pi D_{\text{внутр}}^2}{4}$
25.	Угол, ограничивающий хорду материала	$\beta_{\text{м}}$	°	$\beta_{\text{м}} = 37,28 + 8,54 \ln s_{\text{м}} - \frac{98,7}{\ln s_{\text{м}}} +$ $+ 0,5712 s_{\text{м}}^2 - \frac{21,78}{\ln s_{\text{м}}^2} +$ $+ 0,01272 \ln^3 s_{\text{м}} + 131,6 \sqrt{s_{\text{м}}} -$ $- 69 s_{\text{м}} - 21,2 s_{\text{м}}^{1,5}$
26.	Хорда материала	$l_{\text{м}}$	м	$l_{\text{м}} = D_{\text{внутр}} \sin \frac{\pi \beta_{\text{м}}}{360}$
27.	Длина поверхности печи под слоем материала	$l''_{\text{п}}$	м	$l''_{\text{п}} = \frac{\pi}{180} \frac{\beta_{\text{м}} D_{\text{внутр}}}{2}$
28.	Открытый участок внутренней поверхности печи	$l'_{\text{п}}$	м	$l'_{\text{п}} = \pi D_{\text{внутр}} - l''_{\text{п}}$
29.	Эффективная длина луча в печи	S	м	$S = 0,9 D_{\text{внутр}} \sqrt{1 - s_{\text{м}}}$
30.	Парциальное давление CO_2 в газах	p_{CO_2}	—	$p_{\text{CO}_2} = \frac{\text{CO}_2}{V_{\Gamma}}$
31.	Парциальное давление H_2O в газах	$p_{\text{H}_2\text{O}}$	—	$p_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\text{H}_2\text{O}}{V_{\Gamma}}$
32.	Концентрация пыли	$x_{\text{п}}$	$\frac{\text{кг}}{\text{нм}^3}$	$x_{\text{п}} = \frac{G'_{\text{п}} + 0,5 G_{\text{пi}}}{V_{\Gamma}}$

1	2	3	4	5
33.	Степень черноты газового потока	ε_r	—	<p>Для запыленного газового потока</p> $\varepsilon_r = 1 - \exp \left[\left(- \frac{0,8 + 1,6 p_{H_2O}}{\sqrt{S (p_{CO_2} + p_{H_2O})}} \times \right. \right.$ $\times \left(1 - 0,38 \frac{t_r + 273}{1000} \right) (p_{CO_2} + p_{H_2O}) + 7 x_n \times$ $\left. \left. \times \sqrt[3]{\frac{1}{d_n^2 (t_r + 273)^2}} \right) S \right];$ <p>для светящегося пламени</p> $\varepsilon_r = 1 - \exp \left[\left(\frac{t_r + 273}{1000} - 0,5 \right) S \right],$ <p>также степень черноты запыленного газового потока может быть рассчитана по методике работы [83], а трехатомных газов – по данным работы [98]</p>
34.	Степень черноты газового потока при температуре внутренней поверхности печи	$\varepsilon_{r,п}$	—	Расчет согласно п. 33 при температуре t_n вместо t_r
35.	Степень черноты газового потока при температуре материала	$\varepsilon_{r,м}$	—	Расчет согласно п. 33 при температуре t_m вместо t_r
36.	Средняя скорость газового потока	v_r	$\frac{м}{с}$	$v_r = \frac{GV_r}{3,6 \frac{\pi D_{внутр}^2}{4} (1 - s_m)}$
37.	Удельная объемная теплоемкость газового потока	c_r	$\frac{Дж}{м^3 \cdot К}$	$c_r = \frac{\sum V_{гi} c_{гi}}{V_r}$

1	2	3	4	5
38.	Коэффициент теплопроводности газового потока	λ_{Γ}	$\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$\lambda_{\Gamma} = 0,0228 + 0,000086t_{\Gamma}$
39.	Коэффициент конвективной теплоотдачи от газа	α_{κ}	$\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$\alpha_{\kappa} = \frac{0,026 (\nu_{\Gamma} c_{\Gamma})^{0,8} \lambda_{\Gamma}^{0,2}}{(D_{\text{внутр}} \sqrt{1 - s_{\text{м}}})^{0,2}}$
40.	Усредненная интенсивность теплопередачи «газы–внутренняя поверхность печи» и «внутренняя поверхность печи – материал»	$\alpha_{\text{ср}}$	$\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$\alpha_{\text{ср}} = 5,67 \varepsilon_{\text{м}} \varepsilon_{\text{п}} \left[\left(\frac{t_{\text{п}}}{100} + 2,73 \right)^4 - \left(\frac{t_{\text{м}}}{100} + 2,73 \right)^4 \right] \frac{1}{\pi D_{\text{внутр}}} \times \left(\frac{1}{t_{\Gamma} - t_{\text{п}}} + \frac{1}{t_{\text{п}} - t_{\text{м}}} \right)$
41.	Теплопроводность, теплоемкость и плотность материала внутренней поверхности печи (обмазки или футеровки)	$\lambda_{\text{п}}$ $c_{\text{п}}$ $\rho_{\text{п}}$	$\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$ $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	Параметры футеровки определяются при температуре $t_{\text{п}}$. Для теплоемкости обмазки может быть использована методика работы [87] или теплоемкость клинкера, плотность обмазки задана в пределах 1000...1500 кг/м ³ , а теплопроводность определена по выражению работы [51] = 8,1·10 ⁻⁶ ρ _п ^{1,5}
42.	Критерий	H	–	$H = \frac{\alpha_{\text{ср}}^2 \tau_{\text{об}}}{c_{\text{п}} \lambda_{\text{п}} \rho_{\text{п}}}$
43.	Критерий	A	–	$A = \frac{l'_{\text{п}}}{\pi D_{\text{внутр}}}$
44.	Критерий	I	–	$I = 0,03 + 0,11 \sqrt{H}$, если $A \leq 0,7$; $I = 0,03 + 0,09 \sqrt{H}$, если $0,7 < A < 0,8$; $I = 0,024 + 0,08 \sqrt{H}$, если $A \geq 0,8$, при $I > 0,2$ принимается $I = 0,2$
45.	Тепловой поток теплопроводностью от материала к внутренней поверхности печи	$q_{\text{п.м}}^{\Gamma}$	Вт/м	$q_{\text{п.м}}^{\Gamma} = \pi D_{\text{внутр}} \sqrt{\frac{c_{\text{п}} \lambda_{\text{п}} \rho_{\text{п}}}{\tau_{\text{об}}}} I (t_{\Gamma} - t_{\text{м}})$

Продолжение табл. 6.2

1	2	3	4	5
46.	Тепловой поток излучением от газа к внутренней поверхности печи	$q_{г.п}^л$	Вт/м	$q_{г.п}^л = 5,67 \frac{\varepsilon_{г.п} + 1}{2} \left[\varepsilon_{г.п} \left(\frac{t_{г.п}}{100} + 2,73 \right)^4 - \varepsilon_{г.п} \left(\frac{t_{г.п}}{100} + 2,73 \right) \right] l'_{п}$
47.	Конвективный тепловой поток от газа к внутренней поверхности печи	$q_{г.п}^к$	Вт/м	$q_{г.п}^к = \alpha_{к.п} (t_{г.п} - t_{п}) l'_{п}$
48.	Тепловой поток излучением от внутренней поверхности печи к материалу	$q_{п.м}^л$	Вт/м	$q_{п.м}^л = 5,67 \varepsilon_{м.п} \times \left[\varepsilon_{п.п} (1 - \varepsilon_{г.п}) \frac{l'_{п.п}}{l_{м.п}} \left(\frac{t_{п.п}}{100} + 2,73 \right)^4 - \varepsilon_{м.п} \left(\frac{t_{м.п}}{100} + 2,73 \right) \right] l_{м.п}$
49.	Тепловой поток излучением от газа к материалу	$q_{г.м}^л$	Вт/м	$q_{г.м}^л = 5,67 \frac{\varepsilon_{г.м} + 1}{2} \left[\varepsilon_{г.м} \left(\frac{t_{г.м}}{100} + 2,73 \right)^4 - \varepsilon_{г.м} \left(\frac{t_{г.м}}{100} + 2,73 \right) \right] l_{м.п}$
50.	Конвективный тепловой поток от газа к материалу	$q_{г.м}^к$	Вт/м	$q_{г.м}^к = \alpha_{к.г.м} (t_{г.м} - t_{м.п}) l_{м.п}$
51.	Коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности печи в окружающую среду	$\alpha_{о.с}$	$\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$\alpha_{о.с} = 7,7(1 + 0,001 t_{к}) + 5,67 \varepsilon_{к} \times \frac{\left(\frac{t_{к}}{100} + 2,73 \right)^4 - \left(\frac{t_{о.с}}{100} + 2,73 \right)^4}{t_{к} - t_{о.с}}$, для учета скорости ветра используется данные работы [97]
52.	Тепловой поток в окружающую среду	$q_{о.с}$	Вт/м	$q_{о.с} = 2\pi \left[\frac{1}{\lambda_{о.с}} \ln \frac{D - 2s_{ф}}{D - 2(s_{ф} + s_{о.с})} + \frac{1}{\lambda_{ф}} \ln \frac{D}{D - 2s_{ф}} + \frac{2}{\alpha_{о.с} D} \right] (t_{п} - t_{о.с})$
53.	Температура внутренней поверхности печи	$t_{п}$	°С	Рассчитывается при итерационном решении уравнения

1	2	3	4	5
				$t_{\text{п}} = \sqrt[4]{\frac{k_3 - k_2 t_{\text{п}}}{k_1} - 273}, \text{ где}$ $k_1 = 5,67 \varepsilon_{\text{ф}} [\varepsilon_{\text{м}} (1 - \varepsilon_{\text{ГМ}}) l_{\text{м}} + \varepsilon_{\text{ГМ}} l'_{\text{п}}] 10^{-8},$ $k_2 = l'_{\text{п}} \alpha_{\text{к}};$ $k_3 = 5,67 \varepsilon_{\text{ф}} \varepsilon_{\text{Г}} \left(\frac{t_{\text{Г}}}{100} + 2,73 \right)^4 l'_{\text{п}} +$ $+ l'_{\text{п}} t_{\text{Г}} \alpha_{\text{к}} + 5,67 \varepsilon_{\text{м}} \varepsilon_{\text{ф}} \left(\frac{t_{\text{М}}}{100} + 2,73 \right)^4 \times$ $\times (1 - \varepsilon_{\text{ГП}}) l_{\text{М}} - q_{0,\text{с}} - q_{\text{п,м}}^{\text{Г}}$
54.	Температура наружной поверхности (корпуса) печи	$t_{\text{к}}$	$^{\circ}\text{C}$	$t_{\text{к}} = t_{0,\text{с}} + \frac{q_{0,\text{с}}}{\pi \alpha_{0,\text{с}} D}$
55.	Расчет итерационно повторяется, в каждой итерации заново рассчитываются $\varepsilon_{\text{ГМ}}, \alpha_{\text{ср}}, \lambda_{\text{п}}, c_{\text{п}}, \rho_{\text{п}}, H, I, q_{\text{п,м}}^{\text{Г}}, q_{\text{Г,п}}^{\text{к}}, q_{\text{Г,п}}^{\text{п}}, q_{\text{п,м}}^{\text{к}}, \alpha_{0,\text{с}}, q_{0,\text{с}}, k_1, k_2, k_3, t_{\text{п}}, t_{\text{к}}$, остальные величины не изменяются. Критерием окончания итераций является сходимость значения $t_{\text{п}}$			
56.	Длина зоны	L_i	м	$L_i = \frac{G}{3,6} \frac{H'_{\text{Г}} - H''_{\text{Г}}}{q_{\text{Г,п}}^{\text{п}} + q_{\text{Г,п}}^{\text{к}} + q_{\text{ГМ}}^{\text{п}} + q_{\text{ГМ}}^{\text{к}}} k_i$

§ 6.4. Расчет теплообмена в зоне цепной завесы

В методике расчета теплообмена, приведенной в работе [78], длина зоны испарения (навески цепей) рассчитывается, то есть производится конструктивный расчет. В действующих печах длина цепных завес $L_{\text{ц,з}}$ известна и не может быть изменена. Предлагается в поверочных расчетах вращающихся печей участок цепной завесы выделять как отдельную зону и определять параметры материала (температуру $t_{\text{м}}''$ и содержание физической влаги $\text{H}_2\text{O}_{\text{м}}$) на выходе из нее. При этом могут быть выделены два случая:

- физическая влага в цепной завесе испаряется полностью, на выходе пересушенный материал ($t_{\text{м}}'' > 100^{\circ}\text{C}$, $\text{H}_2\text{O}_{\text{м}} = 0$);
- после цепной завесы остается остаточная влажность ($t_{\text{м}}'' = 100^{\circ}\text{C}$, $\text{H}_2\text{O}_{\text{м}} > 0$).

Случай с $t_{\text{м}}'' < 100^{\circ}\text{C}$ и $\text{H}_2\text{O}_{\text{м}} > 0$ не рассматривается, так как учет кинетики испарения влаги в цепной завесе довольно сложен и неточен,

а теплота, затрачиваемая на нагрев влажного сырья, на несколько порядков ниже теплоты, затрачиваемой на испарение влаги. Например, при влажности сырья 40% на нагрев влажной сырьевой смеси от 0 до 100°C затрачивается около 600 кДж, а на испарение влаги – около 2700 кДж. Поэтому определяющим параметром в зоне испарения является влажность материала, а не его температура.

Предлагаемый расчет не позволяет выделить отдельные участки в печи от холодного конца до сечения, в котором физическая (остаточная) влажность материала равна нулю. Поэтому зоны испарения и досушки всегда должны быть выделены отдельно (рис. 6.3). Необходимо заметить, что согласно работе [99] влажность по длине цепной завесы меняется линейно, что также свидетельствует о нецелесообразности разбивки цепной завесы на отдельные зоны.

Точность расчета цепной завесы предложенным способом будет определяться правильностью значения коэффициента $k_{цз}$ выражения (6.2), который находится по известному режиму работы печи, включающему температуру и влажность материала после цепной завесы.

Методика расчета теплообмена в зоне цепной завесы представлена в табл. 6.3, 6.4. Ее отличия от расчета других зон заключаются в том, что для цепной завесы известна температура газов на выходе из зоны, которая равна температуре отходящих газов печи. Для остальных зон обычно известна температура газового потока на входе, так как расчет зон ведется последовательно от горячей части печи к холодной. Также в зоне испарения не происходит химических реакций, а только удаляется физическая влага.

Таблица 6.3

Исходные данные для расчета теплообмена в зоне цепной завесы

Наименование параметра	Обозначение	Размерность
1	2	3
Характеристики потоков на границе зоны (см. рис. 6.4)		
Характеристики материала на входе в печь:		
температура	t'_m	°C
теоретическая удельная масса компонентов (в том числе масса физической влаги $M'_{вл.ф}$)	M'_{mj}	кг/кг кл.
теоретический расход (без учета пылеуноса)	$G'_m = \sum M'_{mj}$	кг/кг кл.
Характеристики газов на выходе из печи:		
температура	t''_i	°C
объем газов ($CO_2'', H_2O'', N_2'', O_2''$)	V''_{vj}	м ³ /кг кл.

Окончание табл. 6.3

1	2	3
Характеристики печи		
Производительность	G	т/ч
Внешний диаметр печи	D	м
Средняя скорость движения материала в цепной завесе (60...150 м/ч, значение может быть рассчитано по данным гл. 5 работы [87])	v_m	м/ч
Наклон печи к горизонту (обычно 3,5 °)	°	α_p
Тип футеровки (шамот)	—	—
Толщина футеровки (0,2 м для шамота)	s_{ϕ}	м
Характеристики потоков в печи		
Степень черноты наружной поверхности (корпуса) печи (принимается 0,8...0,95)	ϵ_k	—
Плотность материала (1200 кг/м ³)	ρ_m	кг/м ³
Технологические характеристики процесса обжига		
Потери при прокаливании сырьевой смеси	ППП _с	%
Общее количество пылеуноса по отношению к расходу сухой сырьевой смеси (до 40...60%)	$q_{\text{общ.ун}}$	%
Количество безвозвратного уноса по отношению к расходу сухой сырьевой смеси (0,5...3%)	$q_{\text{ун}}$	%
Температура возвращаемого пылеуноса	$t_{\text{п.в}}$	°С
Степень декарбонизации уноса (0,3...0,6)	$k_{\text{дек.ун}}$	—
Температура окружающего воздуха	$t_{\text{о.с}}$	°С

Таблица 6.4

Расчет теплообмена в цепной завесе

№	Величина	Обозначение	Размерность	Расчетная формула
1	2	3	4	5
1.	Температура материала на выходе из зоны	t''_m	°С	Первоначально задается 100°С
2.	Расход физической влаги на выходе	$M''_{\text{вл.}\phi}$	$\frac{\text{кг}}{\text{кг кл.}}$	Первоначально задается 0
3.	Расход газов на входе в зону	$V''_{\text{г}}$	м ³ /кг кл.	$\text{CO}'_2 = \text{CO}''_2; \text{N}'_2 = \text{N}''_2; \text{O}'_2 = \text{O}''_2;$ $\text{H}_2\text{O}' = \text{H}_2\text{O}'' - (M'_{\text{вл.}\phi} - M''_{\text{вл.}\phi})/0,805$

Продолжение табл. 6.4

1	2	3	4	5
4.	Расход сухой сырьевой смеси	$g_{\text{сух.с}}$	$\frac{\text{кг}}{\text{кг кл.}}$	См. п. 1 табл. 6.2
5.	Количество пылеуноса в газовом потоке	$G_{\text{п}}$	$\frac{\text{кг}}{\text{кг кл.}}$	$G_{\text{п}} = \frac{g_{\text{сух.с}}}{100} [q_{\text{общ.ун}} - q_{\text{ун}} (1 - 0,01 \times \times k_{\text{дек.ун}} \text{ППП}_{\text{с}})]$
6.	Расход материала на входе в зону	$G_{\text{м}}'$	$\frac{\text{кг}}{\text{кг кл.}}$	$G_{\text{м}}' = G_{\text{м}}'' = g_{\text{сух.с}} + M'_{\text{вл.ф}}$
7.	Расход материала на выходе из зоны	$G_{\text{м}}''$	$\frac{\text{кг}}{\text{кг кл.}}$	$G_{\text{м}}'' = g_{\text{сух.с}} + M''_{\text{вл.ф}}$
8.	Энтальпия материала на входе в зону и выходе из нее, энтальпия газов на выходе из зоны, удельные потери в окружающую среду, энтальпия пыли на выходе из зоны и входе в нее	$H_{\text{м}}, H_{\text{м}}'', H_{\text{г}}, Q_{\text{о.с}}, H_{\text{п}}, H_{\text{п}}'$	$\frac{\text{кДж}}{\text{кг кл.}}$	См. п. 5–8, 10–12 табл. 6.2
9.	Энтальпия возвращаемой пыли в печь	$H_{\text{п.в}}$	$\frac{\text{кДж}}{\text{кг кл.}}$	$H_{\text{п.в}} = G_{\text{п}} c_{\text{п.в}} t_{\text{п.в}}$; удельная теплоемкость пыли $c_{\text{п.в}}$ принимается равной теплоемкости клинкера при температуре $t_{\text{п.в}}$
10.	Энтальпия газов на входе в зону	$H_{\text{г}}'$	$\frac{\text{кДж}}{\text{кг кл.}}$	$H_{\text{г}}' = H_{\text{г}}'' + H_{\text{м}}'' + H_{\text{п}}'' + H_{\text{п.в}} - H_{\text{м}}' - H_{\text{п}}' + q_{\text{о.с}}$
11.	Температура газов на входе в зону	$t_{\text{г}}'$	°С	$t_{\text{г}}'$ определяется численным решением уравнения $H_{\text{г}}' = \sum V_{\text{г}i} H_i$; значение H_i определяется при $t_{\text{г}}'$. Пункты 8–11 повторяются итерационно до достижения сходимости значения $t_{\text{г}}'$
12.	Средняя температура газов и материала в зоне	$t_{\text{г}}, t_{\text{м}}$	°С	См. п. 15, 16 табл. 6.2
13.	Температура внутренней поверхности футеровки	$t_{\text{п}}$	°С	$t_{\text{п}} = t_{\text{м}}$

Продолжение табл. 6.4

1	2	3	4	5
14.	Температура наружной поверхности (корпуса) печи	t_k	$^{\circ}\text{C}$	Первоначально принимается 50...100 $^{\circ}\text{C}$, затем используются результаты расчета теплообмена предыдущей итерации
15.	Средний объемный расход материала в зоне	V_M	$\frac{\text{м}^3}{\text{ч}}$	См. п. 19 табл. 6.2
16.	Средний расход газов и газового потока в зоне	$V_{\text{ги}}$ (CO_2 , N_2 , O_2 , H_2O), $V_{\text{г}}$	$\frac{\text{м}^3}{\text{кг кл.}}$	См. п. 20, 21 табл. 6.2
17.	Внутренний диаметр печи	$D_{\text{внутр}}$	м	См. п. 22 табл. 6.2
18.	Степень заполнения материалом сечения	s_M	—	См. п. 24 табл. 6.2
19.	Средняя условная скорость газового потока	$v_{\text{г}}$	$\frac{\text{м}}{\text{с}}$	См. п. 36 табл. 6.2
20.	Коэффициент конвективной теплоотдачи от газа к материалу	α_k	$\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$\alpha_k = 14,2v_{\text{г}}^2$
21.	Теплопроводность футеровки	$\lambda_{\text{п}}$	$\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	Определяется при $t_{\text{п}}$
22.	Коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности печи в окружающую среду	$\alpha_{\text{о,с}}$	$\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	См. п. 51 табл. 6.2
23.	Тепловой поток в окружающую среду	$q_{\text{о,с}}$	Вт/м	См. п. 52 табл. 6.2
24.	Температура наружной поверхности (корпуса) печи	t_k	$^{\circ}\text{C}$	$t_k = t_{\text{о,с}} + \frac{q_{\text{о,с}}}{\pi \alpha_{\text{о,с}} D}$
25.	Расчет п. 21–24 итерационно повторяется до сходимости значения t_k			
26.	Суммарная поверхность печей и футеровки	F	$\text{м}^2/\text{м}$	$F = \pi D_{\text{внутр}}(1 + 3,5)$
27.	Температурный напор в зоне	Δt	$^{\circ}\text{C}$	$\Delta t = \frac{(t'_{\text{г}} - t''_{\text{м}}) - (t''_{\text{г}} - t'_{\text{м}})}{\ln \frac{t'_{\text{г}} - t'_{\text{м}}}{t''_{\text{г}} - t''_{\text{м}}}}$

1	2	3	4	5
28.	Расчетная длина зоны	$L'_{ц.з}$	м	$L'_{ц.з} = \frac{G}{3,6} \frac{H''_M - H'_M}{\alpha_k F \Delta t} k_{ц.з}$
29.	Решается уравнение $L'_{ц.з}(t''_M; H_2O_M) = L_{ц.з}$, где $L_{ц.з}$ – заданная длина цепной завесы. Для этого изменяются значения t''_M и H_2O_M с соблюдением условий: если $t''_M > 100^\circ\text{C}$ то $H_2O_M = 0$, если $H_2O_M > 0$, то $t''_M = 100^\circ\text{C}$.			

§ 6.5. Оценка режима горения топлива

В зоне спекания и экзотермических реакций происходит горение топлива с выделением теплоты, при этом зона горения (длина факела) не совпадает с длиной этой зоны [100]. Поэтому как при отдельном расчете этих зон, так и при разбивке их на участки требуется определить количество сгоревшего топлива. Точное моделирование горения в условиях вращающихся печей (см. главу 3) требует решения системы дифференциальных уравнений в частных производных, выражающих законы переноса и сохранения массы, количества движения, тепловой энергии и количества химических компонентов в каждом элементарном объеме пламенного пространства печи, дополненных математическими выражениями, определяющими граничные условия задачи и физические свойства среды. Численное решение этих уравнений довольно ресурсоемко и на современных компьютерах требует значительных временных затрат, до нескольких часов. Поэтому одним из способов учета процесса горения в предлагаемой методике расчета теплообмена может быть использование приближенного моделирования, дающего грубую оценку для параметров факела, методы которого предложены в главе 2. Расчет параметров факела с использованием этих методик показал, что, независимо от абсолютной длины факела и других параметров, зависимость количества сгоревшего топлива от относительной координаты (отношение абсолютной координаты к общей длине факела) постоянна (рис. 6.8).

Эта зависимость с учетом равенства $x_T = 0$ при $l_\phi = 1$ может быть описана уравнением

$$x_T = 1 - 3l_\phi + 2l_\phi^{1,5}. \quad (6.14)$$

По уравнению (6.14) и расстоянию от положения горелки до границ участка можно рассчитать количество сгоревшего топлива на

участке как разность его содержания на входе и выходе участка. Расчет производится итерационно, в первой итерации длины зон принимаются, затем уточняется количество сгоревшего топлива в зависимости от длины зоны, полученной в предыдущей итерации.

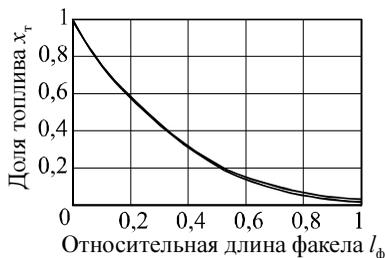


Рис. 6.8. Доля несгоревшего топлива в факеле
(изменение параметров: диаметр печи – 3,5...5 м, коэффициент избытка воздуха – 1...1,2; скорость истечения 200...400 м/с; температура вторичного воздуха – 300...600°C)

Таким образом для упрощенной оценки процесса горения необходимо иметь длину факела в печи. Для действующих печей положение факела, границы зоны спекания и температурный режим обжига могут быть оценены по температуре внешнего корпуса печи, которая может быть замерена стационарными или переносными пирометрами. На температурную кривую оказывают влияние следующие факторы:

- изменение толщины обмазки и кольца (участки с утолщенной обмазкой, образовавшиеся из-за наличия легкоплавких соединений или повышенной температуры внутри печи);
- бандажи и опоры печи, приводящие к снижению температуры корпуса в зоне их расположения;
- вентиляторы для обдува корпуса печи, также снижающие температуру корпуса.

Перечисленные факторы приводят к локальным колебаниям температуры корпуса, которые могут исказить информацию о температурном режиме печи. Далее предлагается методика оценки теплового режима печи с использованием результатов замеров температуры корпуса.

Процесс передачи теплоты через цилиндрическую стенку показан на рис. 6.9.

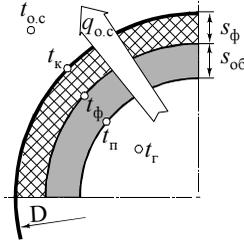


Рис. 6.9. Потери теплоты через цилиндрический корпус печи:

$q_{о.с}$ – потери теплоты через корпус, Вт/м;

s_{ϕ} , $s_{об}$ – толщина футеровки и обмазки, м;

D – диаметр печи, м; $t_{о.с}$, $t_к$, t_{ϕ} , $t_п$, $t_г$ – температура соответственно окружающей среды, корпуса, внутренней поверхности футеровки, внутренней поверхности печи и газов внутри печи, °С

Общее уравнение теплопередачи от газов в окружающую среду для цилиндрической футеровки печи имеет вид

$$q_{о.с} = 2\pi \left[\frac{1}{\lambda_{об}} \ln \frac{D-2s_{\phi}}{D-2(s_{\phi}+s_{об})} + \frac{1}{\lambda_{\phi}} \ln \frac{D}{D-2s_{\phi}} + \frac{2}{\alpha_{о.с}D} \right]^{-1} (t_{п} - t_{о.с}), \quad (6.15)$$

где $\lambda_{об}$ – коэффициент теплопроводности обмазки, Вт/м·К; D – внешний диаметр печи, м; λ_{ϕ} – коэффициент теплопроводности футеровки, Вт/м·К; $\alpha_{о.с}$ – коэффициент теплоотдачи от стенки печи в окружающую среду, Вт/м²·К.

В уравнение (6.15) не включен процесс теплоотдачи к внутренней поверхности печи, так как он зависит от комбинированного теплообмена между газами, материалом и внутренней поверхностью стенки с учетом тепловыделения и теплопоглощения в материале, для которого в настоящее время нет достаточно надежных методов расчета. Но из-за высокой интенсивности теплоотдачи от газа к внутренней поверхности стенки температура $t_г$ обычно близка к $t_п$.

Коэффициент теплоотдачи от стенки печи в окружающую среду может быть с высокой степенью точности определен по выражениям, предложенным в работе [97]. Таким образом, зная температуру внешней стенки печи $t_к$, можно по выражению

$$q_{о.с} = \pi \alpha_{о.с} D (t_к - t_{о.с}) \quad (6.16)$$

определить тепловой поток $q_{o,c}$ через стенку и по нему рассчитать температуру внутренней поверхности футеровки:

$$t_{\phi} = t_k + \frac{q_{o,c}}{2\pi} \left[\frac{1}{\lambda_{\phi}} \ln \frac{D}{D - 2s_{\phi}} \right]. \quad (6.17)$$

Температуру газов внутри печи t_r и близкую к ней температуру внутренней стенки печи $t_{п}$ предлагается описывать уравнением, соответствующим характеру их изменения:

$$t'_r \approx t'_{п} = a_0 e^{a_1 x^{a_2}} x^{a_2 - 1}, \quad (6.18)$$

где x – расстояние от обреза горелки, м.

Для температуры $t_{п}$ существуют следующие ограничения:

– на участках, где отсутствует обмазка (зоны охлаждения, экзотермических реакций и далее к холодному обрезу печи), она равна температуре внутренней поверхности футеровки t_{ϕ} , на участках с обмазкой (зона спекания) она превышает эту температуру:

$$t_{п} = t_{\phi}, s_{об} = 0; \quad t_{п} > t_{\phi}, s_{об} > 0;$$

– значения в каждом сечении не могут превышать действительную температуру горения t_{max} в этом сечении:

$$t_{max} = \frac{Q_n^p x_r + Q_{в,в} + Q_r + Q_{подс} - Q_{дис} - \sum q_{o,c i}}{c_{п,г} V_{п,г}},$$

где Q_n^p – теплота сгорания топлива, кДж/м³(кг); x_r – удельный расход натурального топлива, м³(кг)/кг кл.; $Q_{в,в}$, Q_r , $Q_{подс}$ – теплосодержание вторичного воздуха, топлива и подсосов, кДж/кг кл.; $Q_{дис}$ – теплота диссоциации трехатомных газов, кДж/кг кл.; $\sum q_{o,c i}$ – сумма потерь в окружающую среду через стенки печи на участке от горячего обреза печи до рассматриваемого сечения, кДж/кг кл.; $c_{п,г}$ – теплоемкость продуктов горения, кДж/м³·К; $V_{п,г}$ – удельный объем продуктов горения, м³/кг кл.

Указанные ограничения являются достаточными для оценки коэффициентов $a_0 - a_2$ уравнения (6.18). По полученным значениям $t'_{п}$ может быть определена толщина обмазки $s_{об}$:

$$s_{об} = (0,5D - s_{\phi}) \left[1 - \exp \left(-\lambda_{об} \left(\frac{2\pi}{q_{о.с}} (t'_{п} - t_{к}) - \frac{1}{\lambda_{\phi}} \ln \frac{D}{D - 2s_{\phi}} \right) \right) \right].$$

На рис. 6.1 приведены температурные зависимости и расчетная толщина обмазки для режима III, полученные согласно приведенной методике. Получены следующие коэффициенты уравнения (6.14) для кривой $t'_{п}$: $a_0 = 224$; $a_1 = -0,00106$; $a_2 = 1,73$. На рис. 6.1 также показана температура внутренней стенки печи $t_{п}$ при фиксированной толщине обмазки 0,05 м.

Согласно расчетам, точка с максимальной температурой факела в печи расположена на расстоянии 30 м от горячего обреза. Как видно из рис. 6.1, средняя толщина обмазки в печи составляет 0,06 м. На участке с максимальной температурой факела имеется кольцо толщиной 0,2 м.

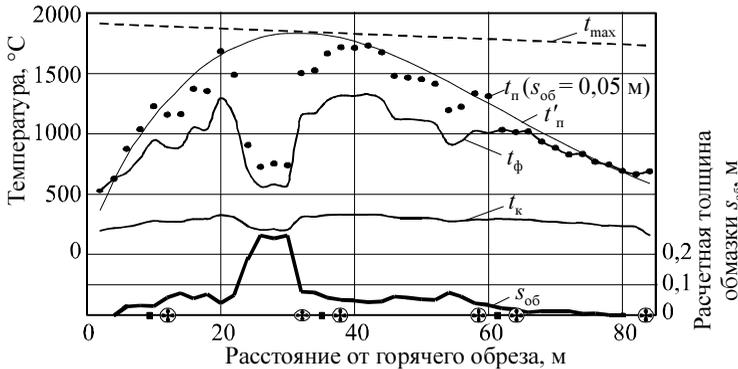


Рис. 6.10. Тепловой режим и толщина обмазки печи:

■ — опоры (бандажи) печи; ⊕ — охлаждающие вентиляторы

Необходимо остановиться на методах расчета коэффициента теплопроводности обмазки.

Результаты расчета теплового потока через корпус печи в окружающую среду и температуры наружной поверхности корпуса представлены на рис. 6.11. Они получены численным решением дифференциального уравнения теплопроводности в цилиндрической стенке. Слои футеровки и обмазки были разбиты на 10 элементарных объемов каждый, на левой и правой границах задавались граничные условия третьего рода, включающие теплоотдачу излучением и конвекцией. Были

произведены три варианта расчета. В первом из них коэффициент теплопроводности обмазки задавался равным $1 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$; во втором – использовалась средняя теплопроводность обмазки по данным работы [51] в виде константы, в третьем – использовалась теплопроводность обмазки по данным работы [51] в зависимости от ее температуры.

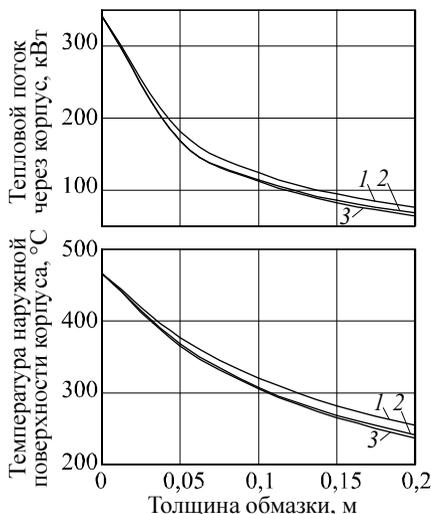


Рис. 6.11. Потери теплоты через корпус вращающейся печи

(диаметр печи 5 м; температура газа в печи 1600°C , температура окружающей среды 20°C ; футеровка – магнетитохромит; толщина футеровки 0,23 м; коэффициент теплопроводности обмазки:

1 – $1 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$; 2 – $0,85 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$; 3 – $0,64 + 0,0003t \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$)

Как видно из рис. 6.11, различие в коэффициенте теплопроводности обмазки в $0,15 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ приводит к отличию в тепловом потоке через корпус до 10% и в температуре наружной поверхности корпуса до 5% (15°C), причем значительная разница наблюдается и при малой толщине обмазки. Если не учитывать зависимость теплопроводности от температуры, то различие составит соответственно до 3 и 2%.

Глава 7. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В КЛИНКЕРНОМ КОЛОСНИКОВОМ ХОЛОДИЛЬНИКЕ

§ 7.1. Схема теплообмена в клинкерном слое

Клинкерные холодильники с колосниковой переталкивающей решеткой (рис. 7.1), которыми оснащено большинство современных вращающихся печей, служат для охлаждения получаемого в печи клинкера и рекуперации его теплоты, во многом определяя эффективность процессов горения и теплообмена в горячей части вращающейся печи. Быстрое охлаждение клинкера необходимо для предотвращения разложения алита на белит и свободный оксид кальция, сохранения жидкой фазы в стекловидном состоянии и придания клинкерным минералам мелкозернистой структуры, то есть для улучшения прочностных характеристик клинкера [78].

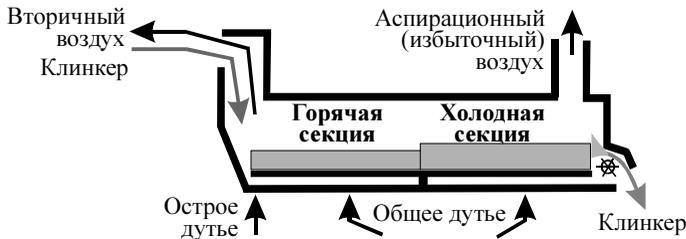


Рис. 7.1. Двухсекционный колосниковый клинкерный холодильник

Эффективность работы промышленных холодильников в ряде случаев низка. Поиск путей улучшения их работы на действующем объекте затруднен, так как это может привести к появлению брака и остановке всей технологической линии. Поэтому наиболее действенным и эффективным способом улучшения работы холодильников является математическое моделирование. Рассматриваемые в разделе примеры относятся к наиболее распространенным в нашей стране двухсекционным колосниковым холодильникам, но предлагаемые методы, алгоритм и программы позволяют моделировать работу и многосекционных холодильников.

В холодильнике слой клинкера движется по переталкивающим колосниковым решеткам. Под слой дутьевыми вентиляторами подается воздух. Входящий воздух делится на острое дутье, предназначенное

для резкого охлаждения клинкера в начале колосниковой решетки (обычно объем острого дутья составляет $0,25...0,75 \text{ м}^3/\text{кг}$ кл.) и общее дутье для охлаждения остального слоя.

Процесс теплообмена в колосниковом холодильнике происходит между слоем клинкера и проходящим через него воздухом и описывается системой дифференциальных уравнений теплообмена, сохранения теплоты и движения воздуха. Согласно работам [78, 101, 102], можно привести следующие характеристики работы промышленных колосниковых холодильников. Время прохождения клинкера через холодильник составляет 17...35 мин., что определяет горизонтальную скорость клинкера не более 0,01 м/с. Слой клинкера в холодильнике перемещается в горизонтальном направлении вследствие движения колосников. Частота движения колосников составляет 4...24 хода в минуту, или время одного хода равно 2,5–15 с. Условная скорость движения холодного воздуха через слой клинкера, отнесенная ко всей площади сечения, рассчитанная по данным работ [101, 102], составляет не менее 0,75 м/с, таким образом, время прохождения воздуха через слой клинкера составляет не более 0,16...0,3 с. Данная скорость на несколько порядков превышает скорость движения и перемешивания клинкера, и при выделении в клинкерном слое элементарного объема процессы в нем можно представить как прохождение воздуха через неподвижную засыпку. В связи с турбулентным характером течения воздуха и хаотичным расположением каналов поток воздуха можно считать интенсивно перемешивающимся.

Клинкер представляет собой полидисперсный слой частиц, но согласно работе [103] пористость полидисперсной смеси на практике имеет такой же порядок (35...45%), как и у монодисперсной.

Схема теплообмена согласно работам [77, 104] имеет вид перекрестного тока с одним перемешивающимся теплоносителем – воздухом и одним не перемешивающимся – клинкером (рис. 7.2).

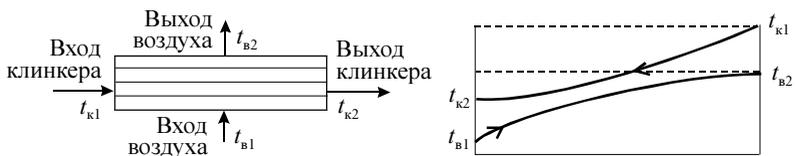


Рис. 7.2. Схема теплообмена в клинкерном холодильнике:

$t_{к1}, t_{в1}$ – температура клинкера и воздуха на входе в холодильник;

$t_{к2}, t_{в2}$ – температура клинкера и воздуха на выходе из холодильника

Одним из способов расчета теплообмена при изменении температур клинкера и воздуха является метод поправочного коэффициента [77, 96, 104]. В нем используется усредненная по объему разность температур воздуха и клинкера, и температурный напор определяется через среднелогарифмическую разность температур взаимодействующих потоков при перекрестном токе и поправочный коэффициент ψ :

$$\Delta t = \psi \left((t_{в1} - t_{к2}) - (t_{в2} - t_{к1}) \right) \left(\ln \frac{t_{в1} - t_{к2}}{t_{в2} - t_{к1}} \right)^{-1}. \quad (7.1)$$

Коэффициент ψ равен 1 для теплообмена в идеальных условиях противотока и менее 1 – во всех других случаях. Он определяется путем решения дифференциальных уравнений теплообмена [104], в работе [105] приведена формула для его расчета.

При применении метода поправочного коэффициента должны выполняться такие условия: постоянство коэффициента теплопередачи, массовой скорости и теплоемкости теплоносителей и отсутствие потерь в окружающую среду [104]. Из этого следует, что при расчете теплообмена в колосниковом холодильнике клинкерный слой необходимо разбивать на элементарные объемы, в каждом из которых перечисленные свойства можно принять постоянными. Неточность усреднения этих величин на большом объеме засыпки объясняет погрешности расчета теплообмена в колосниковых холодильниках по упрощенным методикам, в частности приведенной в работе [106].

§ 7.2. Методы расчета аэродинамического сопротивления слоя

Для моделирования работы колосникового холодильника необходимо знать коэффициенты теплоотдачи и газодинамического сопротивления слоя. Клинкер в колосниковом холодильнике является слоем со случайной упаковкой, так как согласно работе [104] к этому типу можно отнести слои с геометрическими размерами, более чем в 10 раз превышающими диаметр частиц при произвольном способе заполнения объема частицами. Поля скоростей и давления воздуха при фильтрации газа через засыпку определяются интегрированием уравнения Навье-Стокса [107, 108] с учетом начальных и граничных условий:

$$-\text{grad } p = \left(\frac{f_{уд}^2 \mu K}{\varphi^3} + \frac{f_{уд} \rho K_{и}}{2\varphi^3} \right) \vec{v}, \quad (7.2)$$

где p – давление; v – условная скорость, отнесенная к общему сечению; μ – динамическая вязкость; φ – пористость слоя; $f_{уд}$ – площадь поверхности частиц в единице объема; K и K_n – константы Козени-Кармана вязкого и инерционного движения; ρ – плотность воздуха.

Сложная структура слоя не позволяет получить точное решение уравнения (7.2) и для инженерных расчетов используется формула Дарси:

$$\Delta p = \xi \frac{v^2}{2} \rho \frac{h}{d}, \quad (7.3)$$

где Δp – сопротивление слоя; ξ – коэффициент аэродинамического сопротивления; h – высота слоя; d – диаметр частиц.

Коэффициент аэродинамического сопротивления ξ определяется по результатам экспериментальных исследований, обработанных с использованием методов теории подобия [103, 109]. Эксперимент по определению перепада давления Δp довольно прост, и для различных материалов имеется большое количество исследований, но, как отмечается в работе [103], их невозможно обобщить в связи с нестандартным представлением результатов и отсутствием в публикациях ряда важных характеристик слоя, например пористости и диаметра частиц.

Рассмотрим вид зависимости для коэффициента сопротивления ξ . Основным параметром, определяющим структуру потока, является критерий Рейнольдса. Так как течение газа (воздуха) в засыпке происходит по каналам сложной формы, критерий определяется по эквивалентному диаметру порового канала d_s , который для сферических частиц определяется как

$$d_s = \frac{4 \varphi d}{6 (1 - \varphi)}, \quad (7.4)$$

Таким образом, коэффициент аэродинамического сопротивления ξ является функцией от эквивалентного критерия Рейнольдса Re_s или критерия Рейнольдса Re и пористости слоя φ :

$$\xi = f(Re_s) \quad \vee \quad \xi = f(Re, \varphi). \quad (7.5)$$

Как при подходе с позиций внутренней задачи (капиллярная или каналовая модель), так и внешней (обтекание ансамбля шаров) относительный перепад давления в слое можно представить как сумму потерь давления, вызванных силами вязкости и инерции: $\Delta p = \Delta p_n + \Delta p_v$, отку-

да коэффициент сопротивления ξ представляется в виде двучленного эмпирического уравнения [110–112]:

$$\xi = 8K / \text{Re}_3 + K_u.$$

Хотя оба коэффициента K и K_u являются функциями от пористости и степени полидисперсности слоя, а также фактора формы частиц и их эквивалентного диаметра, для различных условий они отличаются мало и могут приниматься в качестве констант. Согласно экспериментальным данным, обобщенным в работах [104, 109], для частиц нерегулярной формы $K = 4,5 \dots 7,55$; $K_u = 0,5 \dots 1$.

Наиболее распространенной для практического применения формой двучленного уравнения (12) для описания коэффициента аэродинамического сопротивления ξ слоя со случайной упаковкой является формула Эргуна [111], обобщенная в работе [104]:

$$\xi = 2 \frac{(1-\varphi)}{\varphi^3} \left(C_1 \frac{(1-\varphi)}{\text{Re}} + C_2 \right), \quad (7.7)$$

или в упрощенном виде

$$\xi = \frac{C'_1}{\text{Re}/\varphi} + C'_2, \quad (7.8)$$

где C_1, C_2, C'_1, C'_2 – коэффициенты.

Формула Эргуна основана на каналовой модели и включает слагаемые, пропорциональные сопротивлениям трения и формы.

Слой клинкерных гранул можно отнести к полидисперсным системам из частиц неправильной формы с неровной поверхностью. Полидисперсные системы изучены в гораздо меньшей степени, чем монодисперсные [103]. Но результаты измерений, представленные в работах [113–115] и проведенные в том числе и для строительных материалов показывают, что характеристики и сопротивление слоя поли- и монодисперсных систем отличаются мало.

Согласно анализу, проведенному в работе [103], неровность поверхности влияет на теплообмен и аэродинамическое сопротивление только в условиях вязкого течения. Но в связи с большим значением критерия Рейнольдса для условий прохождения воздуха через клинкерный слой в потоке преобладают инерционные силы. Таким образом, для клинкера возможно применение зависимостей, полученных на материалах, близких по геометрическим характеристикам к слою

клинкера, но отличающихся по структуре и шероховатости поверхности частиц.

Для таких материалов в ряде работ уточнены коэффициенты Эргуна, а также предложены выражения для определения коэффициента сопротивления ξ в зависимости от критерия Рейнольдса Re и пористости слоя φ или сопротивления Δp в зависимости от режимных факторов (табл. 7.1). Необходимо отметить, что погрешность эксперимента при измерении коэффициентов сопротивления ξ и теплообмена α составляет 10...20% [103].

Сопротивление, рассчитанное по этим выражениям при одинаковых условиях, может различаться более чем в 10 раз (рис. 7.3).

Таблица 7.1

Расчет перепада давления при течении газа через засыпку из частиц

№	Автор, источник	Материал	Формула	Примечания
1	2	3	4	5
1.	Ergun [111]	Геометрические тела, мраморная крошка, сортированный кокс	$\xi = 2 \frac{(1-\varphi)}{\varphi^3} \times$ $\times \left(C_1 \frac{(1-\varphi)}{Re} + C_2 \right);$ $C_1 = 150; C_2 = 1,75$	Не учитывается шероховатость частиц
2.	McDonald [116]	Случайная упаковка сфер	$C_1 = 180; C_2 = 1,80$ (а)	$0,1 < Re < 10^5$
			$C_1 = 180; C_2 = 1,40$ (б)	Для слоя из шероховатых частиц
3.	ВТИ, приведено в работе [117]	Кусковые и сыпучие материалы	$\xi = 2056/Re$	$Re < 7, \varphi = 0,4$
			$\xi = 1800/Re + 46/Re^{0,08}$	$Re > 7; \varphi = 0,4$
4.	Жаворонков, приведено в работе [117]	Кусковые материалы	$\Delta p = \frac{7,6 \rho v^{1,8} v^{0,2} H}{d_{гидр}^{1,2} \varphi^{1,8}};$ $d_{гидр} = \frac{2}{3} d \frac{\varphi}{1 - \varphi}$	—
5.	Гольдштик [118]	Свободная засыпка из сфер	$\Delta p = \frac{3(1-\varphi)}{2\varphi\psi} \times$ $\times \left[1 + 422 \frac{\psi}{Re} \right] \frac{H}{d}$ $\rho v^2;$ $\psi = 0,56 \varphi - 0,052$	—

1	2	3	4	5
6.	Аэров, Тодес [109]	Засыпка из частиц неправильной формы	$\xi = 6 \frac{1-\varphi}{\varphi^3} \times \left(36,4 \frac{\varphi}{Re} + 0,45 \right)$	$\frac{Re}{\varphi} < 2 \cdot 10^{-3}$
			$\xi = 6,54 \frac{1-\varphi}{\varphi^3} \left(\frac{\varphi}{Re} \right)^{0,14}$	$2 \cdot 10^3 < \frac{Re}{\varphi} < 10^5$
7.	Бернштейн [119]	Кусковые тела неправильной формы	$\xi = \frac{1,53}{\varphi^{4,2}} \left(\frac{75}{Re_r} + \frac{15}{\sqrt{Re_r}} + 1 \right) + \Delta \xi_r$; $Re_r = \frac{0,45}{(1-\varphi)\sqrt{\varphi}} Re$; $\Delta \xi_r = 2 \frac{\Delta t_B}{273+t_B}$	Re_r – критерий Рейнольдса для наиболее узкого промежутка между зернами; $\Delta \xi_r$ – поправка на неизотермичность потока воздуха
8.	Anselm [120]	–	$\Delta p = n \rho v^{1,9} g h$	d , мм n 6,0..... 11 4,5 14... 1 8 3,5..... 28 2,5..... 55
9.	Боришанский [121]	–	$\xi = 20 + 700/Re$	$Re < 5000$
10	Казанцев [122]	Агломерат, окатанные куски	$\xi = 8,4 + 3600/Re$ (а)	$d = 15 \dots 52$ мм
		Известковая руда	$\xi = 10,4 + 8570/Re$ (б)	$d = 14 \dots 100$ мм
		Агломерат, остроугольные куски	$\xi = 15,6 + 7900/Re$ (в)	$d = 15 \dots 52$ мм
11	Касаткин А. К. [123]	–	$\xi = \frac{3(1-\varphi)}{2\varphi^3} \times \left(\frac{133}{Re} + 2,34 \right)$	–
Обозначения: Δp – перепад давления, Па; ξ – коэффициент аэродинамического сопротивления; H – высота слоя, м; ρ – плотность потока, кг/м ³ ; v – условная скорость потока, отнесенная к общему сечению, м ² ; φ – пористость слоя; d – эквивалентный диаметр частиц в засыпке, м; $Re = vd/v$ – критерий Рейнольдса, рассчитанный по условной скорости; v – кинематическая вязкость, м ² /с; t_B – средняя температура воздуха, °С; Δt_B – изменение температуры воздуха, °С.				

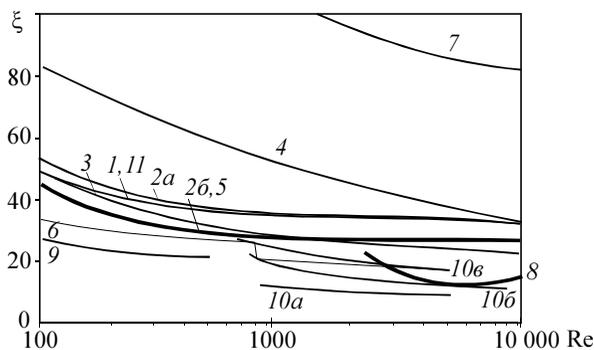


Рис. 7.3. Коэффициент гидродинамического сопротивления слоя ξ , рассчитанный по данным табл. 7.1

Несмотря на значительные отклонения отдельных данных, большая часть зависимостей, полученных при широком изменении критерия Re , имеют подобный вид и отличаются не более чем на 25...30%. Это отмечается и в работе [103], где указано, что форма зависимости сопротивления слоя, отнесенного на единицу его высоты $\Delta p/h$, для частиц разных форм одинакова с коэффициентом пропорциональности, отличающимся на 20...30%.

В колосниковом холодильнике необходимо учитывать также сопротивление решетки $\Delta p_{\text{реш}}$ [78]:

$$\Delta p_{\text{реш}} = \xi_{\text{реш}} \frac{v^2}{2} \rho. \quad (7.9)$$

Коэффициент сопротивление решетки $\xi_{\text{реш}}$ зависит от ее живого сечения f_0 и критерия Рейнольдса. На основании обработки данных, рассчитанных по приведенной в работе [78] методике, получено уравнение, связывающее данные параметры:

$$\xi_{\text{реш}} = \frac{11,37 \ln Re + \frac{450}{\ln Re} - 79,1}{1 - 16,38 f_0 + 101,3 f_0^2}, \quad (7.10)$$

где f_0 – отношение общей площади к свободному сечению.

Формула применима при $Re > 100$, среднеквадратичное отклонение данных, полученных по формуле (7.10) и по методике [78], составляет 0,8.

§ 7.3. Методы расчета коэффициента теплообмена в слое

Для расчета теплообмена в слое из гранул получен ряд критериальных уравнений зависимостей объемного коэффициента теплоотдачи α_V от режимных факторов (табл. 7.2). Значения критерия Нуссельта, полученные по этим уравнениям, могут отличаться в 20 раз (рис. 7.4), отклонение возрастает с увеличением критерия Re. Для основной группы зависимостей при $Re = 6000$ различие составляет 30%, при $Re = 2 \cdot 10^4 - 70\%$.

Таблица 7.2

Расчет коэффициента теплопередачи в слое из гранул

№	Автор, источник	Материал	Формула	Примечание
1	2	3	4	5
1.	Ranz [124]	Слой из сфер одинакового размера	$Nu = (Nu_{\min} + \sqrt{Nu_{\text{turb}}^2 + Nu_{\text{lam}}^2}) f_{\phi};$ $Nu_{\text{lam}} = 0,664 \sqrt{\frac{Re}{\phi}} \sqrt[3]{Pr};$ $Nu_{\text{turb}} = \frac{0,37 [Re/\phi]^{0,8} Pr}{1 + 2,443 [Re/\phi]^{-0,1} (Pr^{2/3} - 1)};$ $f_{\phi} = 1 + 1,5(1 - \phi)$	$0,26 < \phi < 1;$ Для одиночной сферы $Nu_{\min} = 2;$ f_{ϕ} – коэффициент формы [125]
2.	Гнилинский [118]	Свободная засыпка из частиц неправильной формы	$Nu = 0,51 Pr^{0,33} [Re/\phi]^{0,85}$	$0,2 < Re/\phi < 2$
			$Nu = 0,72 Pr^{0,33} [Re/\phi]^{0,47}$	$2 < Re/\phi < 30$
			$Nu = 0,39 Pr^{0,33} [Re/\phi]^{0,64}$	$30 < Re/\phi < 8 \cdot 10^4$
3.	Тимофеев [126]	Кусковые материалы	$Nu = 0,106 Re$	$20 < Re < 200$
			$Nu = 0,61 Re^{0,67}$	$Re > 200;$ Re – при нормальных условиях
4.	Тимофеев, приведено в работе [77]	Сыпучие материалы	$Nu = 0,23 Re^{0,863}$	$Re < 160$
			$Nu = 0,24 Re^{0,83}$	$Re > 160$
5.	Федоров [127, 128]	Уголь	$Nu = 0,23 Re^{0,863}$	$d = 3 \dots 12$ мм; $\phi = 0,51 \dots 0,575$
6.	Чуханова [129]	Шамот, кокс, сталь	$Nu = 0,24 Re^{0,83}$	$d = 2 \dots 7$ мм; $\phi = 0,5 \dots 0,52$

1	2	3	4	5
7.	Бернштейн [130]	Дробленый гипс	$Nu = 0,043 Re (a)$	$d = 7...12$ мм, $\phi = 0,43$
			$Nu = 0,0795 Re (б)$	$d = 12...18$ мм, $\phi = 0,55$
			$Nu = 0,075 Re (в)$	$d = 18...25$ мм, $\phi = 0,51$
8.	Китаев [131], Фурнас К. [105]	Железная руда, агломерат, уголь, известь, огнеупорный бой	$\alpha_V = A B T_{кл}^{0,3} \nu_0^{0,9} d^{-0,75}$	A = 135...170; B = 0,5 [131]; AB = 80 [132]; для известняка A = 166; B = 0,5 [105]
9.	Loff, приведено в работе [105]	Гранит, кальцит, гематит, кокс	$\alpha_V = CT_r^{0,3} \left(\frac{\nu \rho}{3600 d} \right)^{0,7}$	C = 1,04...1,8
10.	Чуханова, приведено в работе [105]	Железная руда, агломерат, известняк	$\alpha_V = 12 T_{кл}^{0,3} \nu_0 d^{-1,35}$	–
11.	Transtell [133]	–	$Nu = \frac{0,106}{1 - \phi} Re Pr$	–

Обозначения: $Nu = \alpha d / \lambda$ – критерий Нуссельта; $Re = \nu d / \nu$ – критерий Рейнольдса; $Pr = \nu / a$ – критерий Прандтля; α – коэффициент теплоотдачи, Вт/м²·К; α_V – коэффициент объемный теплоотдачи, Вт/м³·К; ν – условная скорость, м/с; ν_0 – условная скорость при нормальных условиях, м/с; d – эквивалентный диаметр частиц, м; ϕ – пористость слоя; a – коэффициент температуропроводности, м²/с; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/м·К; ν – кинематическая вязкость, м²/с; T_r – температура потока, К; $T_{кл}$ – температура слоя, К.

Наибольшее значение критерия Re потока в колосниковом холодильнике имеет место в начале горячей секции, где у воздуха максимальные температура (до 1000°С) и скорость (до 20 м/с). Согласно характеристикам различных холодильников [78], величина Re в таком случае составляет не более 1000, при этом различие критерия Nu, определенного по различным методикам, практически отсутствует. Отличающаяся в этом диапазоне от остальных зависимость l (см. табл. 7.2) получена для идеализированных условий – слоя одинаковых сфер. Поэтому можно сделать вывод, что выбор уравнения на результаты расчета не влияет.

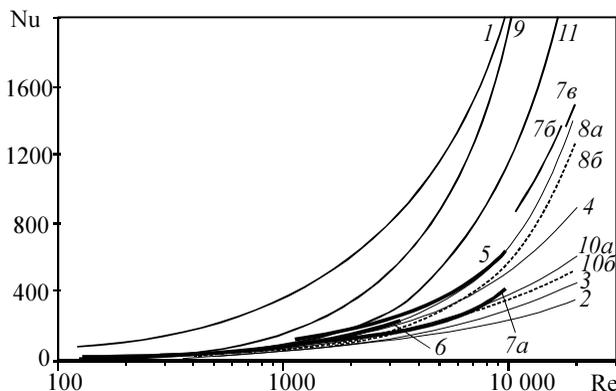


Рис. 7.4. Зависимость коэффициента Нуссельта от критерия Рейнольдса для процесса теплообмена в слое гранул (для уравнений 8 и 10 температура слоя 800°C (а) и 400°C (б))

В работах [77, 106] предлагается учитывать в усредненном коэффициенте теплоотдачи теплопроводность клинкера $\lambda_{кл}$. Согласно работе [134], внутренним термическим сопротивлением тела можно пренебречь при значении критерия Био $Bi < 0,25$, что с учетом рассматриваемых условий будет при $\alpha d < 0,32$. Таким образом, $\lambda_{кл}$ необходимо учитывать только в горячих секциях холодильника. Но в экспериментально определенных коэффициентах теплоотдачи уже учтено внутреннее сопротивление частиц, поэтому при близости их коэффициента теплопроводности к $\lambda_{кл}$ повторный учет теплопроводности производить не надо.

Для моделирования холодильника могут быть выбраны выражения $\xi = f(Re)$ и $Nu = f(Re)$, полученные для материалов, близких по характеристикам к клинкеру и имеющие необходимый диапазон применения: из работ [109, 117, 118] – для коэффициента сопротивления и из работ [77, 118] – для коэффициента теплообмена.

§ 7.4. Расчет теплообмена и средних температур в клинкерном слое

Расчет теплообмена в колосниковом холодильнике заключается в определении конечных температур воздуха $t_{в2}$ и клинкера $t_{к2}$ по известным входным температурам $t_{в1}$ и $t_{к1}$. Для правильной постановки задачи моделирования определим независимые неизвестные, в нахождении которых будет заключаться решение задачи.

Процесс теплообмена в клинкерном слое описывается системой уравнений сохранения теплоты, теплопередачи и аэродинамического сопротивления слоя [1]:

$$dq_k = -dq_v, \quad (7.11)$$

$$dq_k = -\alpha_V \Delta t dV, \quad (7.12)$$

$$dp = \xi \frac{v^2}{2} \rho \frac{dh}{d}, \quad (7.13)$$

где q_k, q_v – теплосодержание потоков клинкера и воздуха, Вт; α_V – коэффициент объемной теплопередачи, Вт/м³·К; V – объем, м³; Δt – температурный напор между теплоносителями, К; p – давление воздуха, Па; ξ – коэффициент сопротивления слоя; v – условная скорость потока воздуха, м/с; ρ – плотность воздуха, кг/м³; h – высота слоя, м; d – диаметр гранул, м.

Для контрольного объема (рис. 7.5) уравнение теплового баланса можно описать уравнением

$$q_{k1} - q_{k2} = \alpha_V \Delta t V, \quad (7.14)$$

V – объем, м³, определяемый через высоту h , длину l и ширину b слоя.

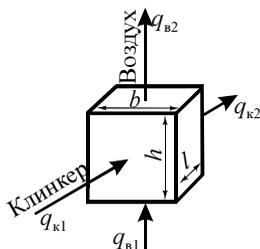


Рис. 7.5. Теплообмен в слое клинкера:

q_{k1}, q_{k2} – теплосодержание потока клинкера на входе и выходе, кВт;
 q_{v1}, q_{v2} – теплосодержание потока воздуха на входе и выходе, кВт

Входящие в уравнения (7.11)–(7.13) величины являются функциями от температур воздуха t_v и клинкера t_k и расхода воздуха V_v , м³/с, и клинкера g_k , кг/с:

$$q_k = c_k t_k g_k; q_v = c_v t_v V_v; \alpha_V = f(t_v, t_k, v); V_v = f(t_v, v); \xi = f(t_v, t_k, v).$$

Теплоемкости потоков и числа подобия, входящие в уравнения для определения α_V и ξ также зависят от температур потоков. При этом температурный напор Δt , коэффициент теплопередачи α_V и другие вспомогательные параметры (в частности, скорость воздуха v и сопротивление слоя Δp) являются функциями от средней температуры клинкера t_k и воздуха t_b в слое (ячейке):

$$\alpha_V = f(\bar{t}_k, \bar{t}_b); \quad \Delta t = f(\bar{t}_k, \bar{t}_b). \quad (7.15)$$

В свою очередь, средние температуры потоков определяются по температурам на входе и выходе из слоя (ячейки):

$$\bar{t}_k = f(t_{k1}, t_{k2}); \quad \bar{t}_b = f(t_{b1}, t_{b2}). \quad (7.16)$$

Две неизвестные t_{b2} и t_{k2} , входящие в это уравнение, не являются независимыми, а связаны уравнением теплового баланса:

$$q_{k1} - q_{k2} = q_{b2} - q_{b1}, \quad (7.17)$$

из которого по известной температуре t_{k2} может быть найдена t_{b2} . Таким образом, расчет теплообмена является задачей с одной неизвестной и сводится к нахождению неизвестного теплосодержания q_{k2} из уравнения (7.14):

$$q_{k2} = q_{k1} - \alpha_V \Delta t dV. \quad (7.18)$$

Обоснуем выбор в качестве неизвестной величины теплосодержания q_{k2} , а не температуры t_{k2} . Температура клинкера на выходе определяется по теплосодержанию q_{k2} решением нелинейного уравнения:

$$t_{k2} = \frac{q_{k2}}{c_{k2} g_k}, \quad (7.19)$$

где c_{k2} – теплоемкость клинкера при температуре t_{k2} ; g_k – расход клинкера.

В связи с неизбежной погрешностью численного решения уравнения (7.19) теплосодержание потока

$$q_{k2}^* = g_k c_{k2} t_{k2}, \quad (7.20)$$

рассчитанное в дальнейшем по найденной температуре, будет отличаться от исходного значения $q_{к2}$ на величину, определяемую заданной точностью ε решения:

$$|q_{к2} - q_{к2}^*| \leq c_{к2} \frac{\varepsilon}{100} t_{к2}. \quad (7.21)$$

При большом числе элементарных ячеек данная разница накапливается и может приводить к заметному нарушению закона сохранения энергии. Снижение разности $|q_{к2} - q_{к2}^*|$ путем уменьшения погрешности ε приводит к катастрофическому возрастанию времени расчета. Поэтому в расчете теплообмена в качестве входных и выходных параметров целесообразно принимать теплосодержание потоков $q_{к1}$, $q_{к2}$, $q_{в1}$, $q_{в2}$, а соответствующие температуры рассчитывать с невысокой точностью (1...5°C) только с целью определения свойств веществ в ячейке и температурного напора.

Последовательность расчета теплообмена в ячейке представлена на рис. 7.6.

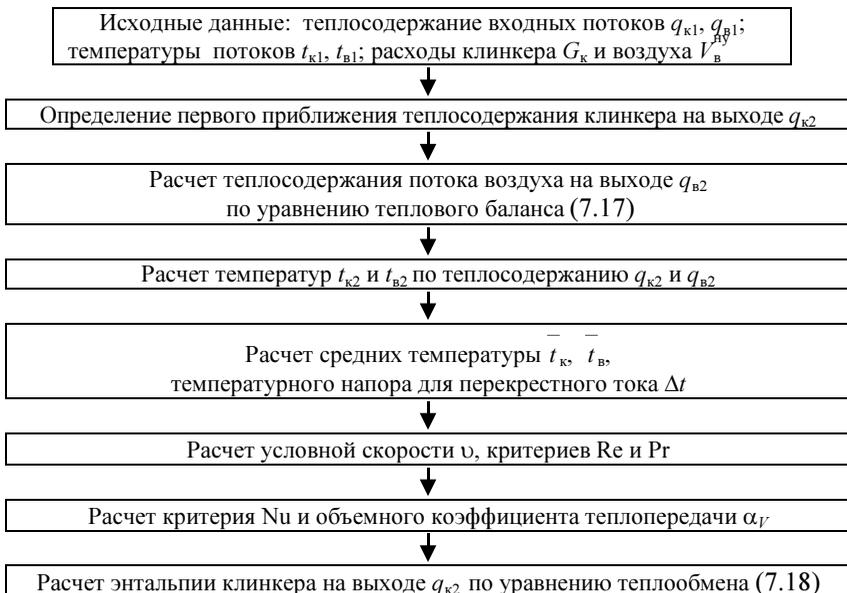


Рис. 7.6. Итерационный расчет теплообмена в ячейке

Для численного расчета теплообмена из стандартных методов выбран метод итераций как обладающий хорошей вычислительной устойчивостью. Применение метода Ньютона на 20...60% ускоряет расчет, но снижает устойчивость решения при близости теплообмена к предельному случаю (приближению температуры выходного потока к входной температуре другого).

Рассмотрим причины вычислительной неустойчивости (отсутствия последовательного приближения к решению в итерациях).

Теоретически уравнение (7.18) имеет решение при любых корректно заданных параметрах. Согласно работе [96], расчетная схема перекрестного тока принимается аналогичной схеме противотока, и для температур потоков на выходе должны выполняться условия (рис. 7.2)

$$t_{к2} > t_{в1}; \quad t_{в2} < t_{к1}. \quad (7.22)$$

Если в процессе решения рассчитанные температуры потоков не удовлетворяют уравнению (7.22), что говорит о большой величине передаваемой теплоты от клинкера к воздуху, следующая итерация не может быть произведена. Таким образом, устойчивость решения уравнения (7.18) во многом определяется соблюдением условий (7.22) для начальных и промежуточных значений $t_{к1}$. В связи с этим для обеспечения устойчивости и сходимости решения используются следующие методы.

1. В качестве начального приближения принимается теплосодержание $q_{к2}$, соответствующее равенству температур клинкера и воздуха на выходе ($t_{к2} = t_{в2}$).

2. При несоблюдении условия (7.22) в первой итерации температуры потоков на выходе устанавливаются исходя из условий полного идеального охлаждения:

$$(t_{в2} \rightarrow t_{к1}; t_{к2} > t_{в1}) \wedge (t_{к2} \rightarrow t_{в1}; t_{в2} < t_{к1}). \quad (7.23)$$

3. Если условие (7.22) не соблюдается во второй или последующих итерациях, уменьшается коэффициент нижней релаксации и итерация повторяется.

4. При уменьшении коэффициента релаксации до определенной малой величины уменьшаются размеры элементарной ячейки.

Предлагаемое поэтапное приближение необходимо для проведения расчета при интенсивном теплообмене, приближающимся к максимально возможному, что имеет место в начале охлаждения клинкера с диаметром гранул менее 5 мм.

Свойства воздуха и клинкера определяются по их средним температурам t_k и t_b в ячейке. Для усреднения температур рассмотрим изменение температур воздуха и клинкера (рис. 7.7).

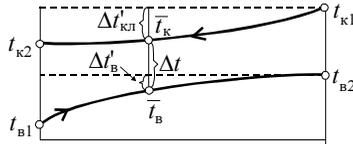


Рис. 7.7. Температуры потоков и средний температурный напор при перекрестном токе

В связи с нелинейностью изменения температур использование арифметического среднего

$$\bar{t}_k = 0,5(t_{к1} + t_{к2}); \quad \bar{t}_b = 0,5(t_{б1} + t_{б2}) \quad (7.24)$$

невозможно. В работе [77] для усреднения предлагается использовать среднее геометрическое абсолютных температур:

$$\bar{T}_k = \sqrt{T_{к1} T_{к2}}; \quad \bar{T}_b = \sqrt{T_{б1} T_{б2}}, \quad (7.25)$$

но, как показано далее, данный подход также не обеспечивает точного расчета.

Предлагается расчет средних температур производить следующим образом. Значения t_k и t_b соответствуют точке с температурным напором Δt (см. рис. 7.7):

$$\bar{t}_k - \bar{t}_b = \Delta t. \quad (7.26)$$

Температурный напор Δt при изменении температур согласно рис. 7.7 может быть представлен как среднелогарифмическая разность температур при противотоке:

$$\Delta t = \frac{(t_{к1} - t_{б2}) - (t_{к2} - t_{б1})}{\ln \frac{t_{к1} - t_{б2}}{t_{к2} - t_{б1}}}. \quad (7.27)$$

При постоянных теплоемкостях интенсивность изменения температур воздуха и клинкера одинакова, поэтому

$$\frac{\Delta t'_k}{t_{к1} - t_{к2}} = \frac{\Delta t'_b}{t_{б2} - t_{б1}} = k, \quad (7.28)$$

где k – масштабный коэффициент.

Таким образом:

$$\bar{t}_k = t_{k1} - \Delta t'_k = t_{k1} - k(t_{k1} - t_{k2}); \quad (7.29)$$

$$\bar{t}_B = t_{B2} - \Delta t'_B = t_{B2} - k(t_{B2} - t_{B1}). \quad (7.30)$$

Масштабный коэффициент k определяется из соотношения

$$\Delta t'_k + \Delta t - \Delta t'_B = t_{k1} - t_{B2}, \quad (7.31)$$

откуда

$$k = \frac{t_{k1} - t_{B2} - \Delta t}{t_{k1} - t_{k2} - t_{B2} + t_{B1}}. \quad (7.32)$$

Для демонстрации возможности применения формул (7.29), (7.30), (7.32) произведен численный расчет изменения температур потоков по вертикальному сечению слоя, разбитого на 100 контрольных объемов (рис. 7.8).

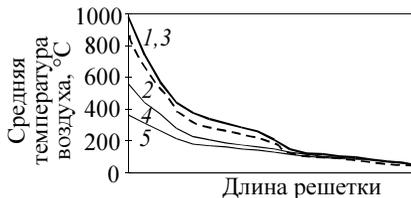


Рис. 7.8. Расчет средней температуры воздуха в слое:

- 1, 2 – усреднение температур в контрольных объемах по выражениям (7.24) и (7.25) соответственно при 100 разбиениях по длине и высоте;
3, 4, 5 – расчет по температурам воздуха на входе и выходе слоя по выражениям (7.30), (7.24) и (7.25) соответственно

Кривые 1 и 2 (см. рис. 7.8) приняты за эталонные. Как видно из рис. 7.8, только предлагаемый способ усреднения (кривая 3) обеспечил совпадение с истинной средней температурой, а расчет по среднему арифметическому (кривая 4) и среднему геометрическому (кривая 5) приводит к заметной погрешности.

§ 7.5. Дискретизация клинкерного слоя и расчет теплообмена в секции холодильника

При моделировании колосниковый холодильник предлагается разбивать на ряд секций, в каждой из которых постоянны высота и пористость слоя, размер гранул, давление воздуха под слоем и над ним. Расчет теплообмена в секции выделяется в качестве отдельной задачи.

Геометрические размеры слоя характеризуются длиной L , шириной B и высотой H . Длина и ширина слоя определяются размерами колосниковой решетки, высота слоя, пористость и размеры гранул в секции принимаются постоянными.

Расчет производится с разбиением слоя по длине и высоте на прямоугольные элементарные объемы, причем результаты устойчивы при числе разбиений более 5...7. Значительно ускоряет расчет и повышает устойчивость решения применение неравномерной сетки, где величина объема элементарной ячейки обратно пропорциональна интенсивности теплопередачи (рис. 7.9).

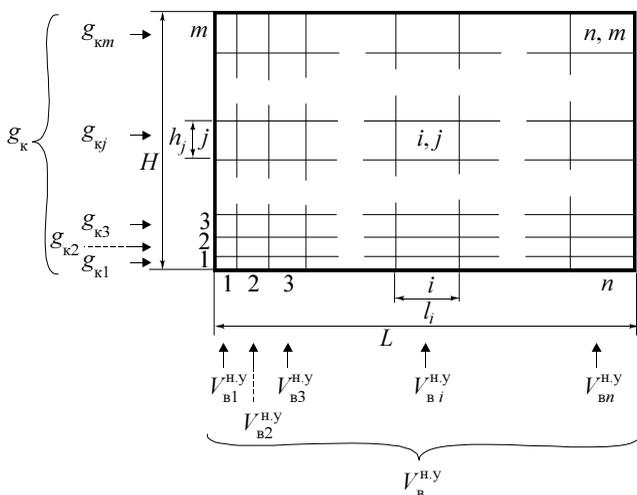


Рис. 7.9. Дискретизация клинкерного слоя:

n, m – число разбиений по длине и высоте; i, j – нумерация объемов по длине и высоте; L, H – длина и высота секции; l_i, h_j – длина и высота объема; g_k – расход клинкера в секции; g_{kj} – расход клинкера в объеме; $V_B^{H,y}$ – расход воздуха в секции при нормальных условиях; $V_{Bi}^{H,y}$ – расход воздуха в объеме при нормальных условиях

При определении неравномерности сетки наиболее точно учитывает интенсивность теплообмена логарифмическая зависимость, но в связи с трудностью определения ее коэффициентов возможно использование линейной зависимости.

При разбиении слоя на n ячеек по длине и m – по высоте длина и высота ячейки с номером i, j будет иметь следующий вид:

$$l_i = \frac{L}{n} \left[1 + \frac{2}{n-1} \frac{k_L - 1}{k_L + 1} \left(i - \frac{n+1}{2} \right) \right]; \quad (7.33)$$

$$h_j = \frac{H}{m} \left[1 + \frac{2}{m-1} \frac{k_H - 1}{k_H + 1} \left(j - \frac{m+1}{2} \right) \right], \quad (7.34)$$

где k_L и k_H – коэффициенты, задающие отношение размеров последней и первой ячеек соответственно по длине и высоте.

Для слоя задается расход клинкера g_k , кг/с, и расход воздуха при нормальных условиях $V_{в}^{н.у}$, м³/с, а также температуры воздуха и клинкера на входе в слой. Характеристики клинкера по объему слоя постоянны и расход клинкера в ячейке определяется только ее высотой, поэтому для всех j -х ячеек он будет одинаковым:

$$g_{kj} = g_k h_j / H. \quad (7.35)$$

В связи с незначительным отношением высоты слоя к его длине и ширине принимается, что градиент скорости потока воздуха в любой точке всегда вертикален и массовый расход воздуха в сечениях вертикального канала не меняется [103]. Исходя из этого принимается, что расход воздуха $V_{вi}^{н.у}$, взятый при нормальных условиях, в каждой ячейке одной и той же вертикальной группы одинаков. Но в связи с различной температурой клинкера и воздуха коэффициент сопротивления слоя по длине холодильника изменяется. Таким образом, задача расчета газодинамического режима по длине холодильника заключается в определении расхода воздуха $V_{вi}^{н.у}$ в вертикальных группах ячеек с условием одинакового суммарного сопротивления Δp_i каждой группы.

В уравнение для расчета сопротивления слоя

$$\Delta p = \xi \frac{v^2}{2} \rho \frac{H}{d} \quad (7.36)$$

входят три режимных фактора: высота слоя H , перепад давления Δp и скорость v (или расход $V_{в}^{н.у}$) воздуха. Таким образом, одна из этих величин является свободной и полностью определяется двумя другими –

базисными. Свободная величина должна выбираться, исходя из ее наименьшего влияния на модель.

Наиболее сильно на теплообмен влияет расход и определяемая по нему скорость воздуха, от которых зависит коэффициент теплообмена α_{ν} . Поэтому эти параметры должны быть обязательно в качестве исходных данных, в результате чего резко снизится влияние на результаты расчета погрешности газодинамической модели. При изменении высоты слоя h (при постоянном расходе клинкера) изменяется суммарная площадь теплообмена в вертикальном сечении (физически это объясняется изменением горизонтальной скорости перемещения слоя). Но это влияние менее сильно, так как скорость (расход) воздуха оказывает влияние как на коэффициент теплообмена, так и на тепловой баланс, а высота слоя – только на уравнение теплообмена.

Не оказывает влияния на теплообмен не входящее в модель теплообмена сопротивление слоя Δp . Это подтверждается и расчетами с использованием различных зависимостей $\xi = f(\text{Re})$. Так как все эти зависимости подобны [103], при расчете по любой из них для одинаковых суммарных расходов воздуха скоростные и температурные поля в слое оказывались идентичны, несмотря на полученные различные сопротивления Δp . В связи с этим второй задаваемой величиной необходимо выбирать высоту слоя h и в качестве свободной оставить сопротивление слоя Δp . Если же высоту слоя клинкера невозможно точно оценить, выбор свободного параметра из Δp и h принципиального значения не имеет, так как в обоих случаях будет сопоставимая погрешность (из-за неточности газодинамической модели или определения задаваемого параметра). Но в обоих случаях величина Δp будет носить информационный характер и может сильно отличаться от реального перепада давления в холодильнике, не оказывая при этом влияния на результаты расчета.

Зависимость высоты h или сопротивление слоя Δp от двух других базисных параметров аналитически выразить нельзя, и расчет секции холодильника осуществляется следующим численным методом:

1. По заданному сопротивлению Δp и высоте h в каждой вертикальной группе ячеек определяется (с учетом теплообмена) расход воздуха $V_{Bi}^{\text{н.у}}$, обеспечивающий заданное значение Δp .

2. Рассчитывается суммарный расход воздуха в секции:

$$V_{\text{В}}^{\text{н.у}} = \sum V_{Bi}^{\text{н.у}}$$

3. Путем изменения свободной переменной (h или Δp) и повторением пунктов 1 и 2 обеспечивается заданный суммарный расход воздуха $V_B^{н.у}$.

В результате исследования различных методов численного решения уравнения

$$V_B^{н.у} = f(h \wedge \Delta p) \quad (7.37)$$

определено, что наилучшей вычислительной устойчивостью и скоростью сходимости обладает итерационный алгоритм в котором определение следующего значения неизвестного производится с использованием интерполяционного полинома Лагранжа, построенного на результатах предыдущих итераций (интерполяцию полиномом первой степени при этом можно интерпретировать как метод простой итерации, а полиномом второй степени – как метод хорд). Повышение степени полинома ведет как к увеличению скорости сходимости, так и к увеличению устойчивости решения, что выражается в практической независимости скорости сходимости от коэффициента нижней релаксации.

В вертикальных сечениях слой клинкера можно рассматривать как перемешивающийся, частично или полностью перемешивающийся поток. Расчеты показали, что степень усреднения температуры клинкера в вертикальном сечении практически не влияет на получаемые результаты – различие средних температур клинкера и воздуха по слою составило менее 10°C . Таким образом, двумерная задача расчета теплообмена сводится к комбинации двух одномерных задач – расчета вертикальных групп ячеек с последующим усреднением температуры клинкера в них и расчета расхода воздуха и температур потоков по длине холодильника.

На результаты расчета значительное влияние оказывают пористость слоя и диаметр частиц. Так, при изменении пористости на 5% температуры клинкера и воздуха, а также разрежение изменяются на 40...50%, а при изменении диаметра клинкера на 1 см эти величины изменяются на 30...40%. Поэтому при расчете действующего колосникового холодильника данные параметры должны определяться с высокой степенью точности.

§ 7.6. Учет неравномерности засыпки в слое

Результаты расчета теплообмена в холодильнике, полученные с использованием коэффициентов теплообмена, определенных для неподвижных засыпок, характеризуются интенсивностью теплообмена и значением сопротивления слоя, завышенными в 2–3 раза. Данная про-

блема отражается и в ряде публикаций, в частности в работе [108], где проанализировано большое количество экспериментов по исследованию течения газа через зернистые слои с макроскопическими неоднородностями структуры и пористости. В работах [104, 135] отмечается, что коэффициент теплоотдачи в слое при $Pr \cdot Re/\varphi < 1000$, то есть в диапазоне, характерном для колосникового холодильника, оказывается значительно ниже величины, определенной по критериальным уравнениям. В работе [136] это расхождение объяснено неравномерностью засыпки и наличием в слое небольших участков с повышенной пористостью. В работе [103] указывается, что флуктуации потока в неравномерном слое составляют до 20%, а согласно работам [78, 113, 137–139], разница скорости газового потока в слое вследствие неравномерности засыпки может достигать 30...70%. При больших значениях Re отличие экспериментальных данных от расчетных составляет не более 15% и неравномерность поля скоростей и температур сглаживается [103, 104]. Эта зависимость представлена на рис. 7.10.

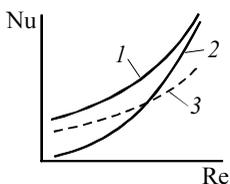


Рис. 7.10. Зависимость критерия Нуссельта от критерия Рейнольдса для неподвижной и перемешивающейся засыпок:

1 – неподвижная засыпка; 2 – перемешивающаяся засыпка; 3 – зависимость для неподвижной засыпки с уменьшающимся коэффициентом

Из проведенного анализа можно сделать следующие выводы. Все критериальные зависимости получены для неподвижных засыпок. Но клинкерный слой в холодильнике перемешивается, что приводит к появлению участков с низким сопротивлением и к ухудшению теплообмена. Применение корректирующих множителей в коэффициентах сопротивления слоя и теплообмена адекватных результатов получить не позволяет (см. рис. 7.10), так как при этом возникает противоположная по сравнению с экспериментальными наблюдениями зависимость – более сильное уменьшение коэффициента теплоотдачи при высоких значениях критерия Рейнольдса.

Для учета неравномерности засыпки предлагается по ширине слоя клинкера выделить участок с повышенной пористостью ϕ_y шириной b_y (рис. 7.11), в каждой итерационном шаге по длине слоя рассчитывать отдельно теплообмен и сопротивление основного слоя и выделенного участка, и затем усреднять полученные температуры клинкера и воздуха. Для определения параметров участка получена зависимость температуры клинкера от размеров и пористости участка (рис. 7.12).

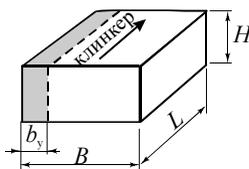


Рис. 7.11. Участок с повышенной пористостью в слое клинкера

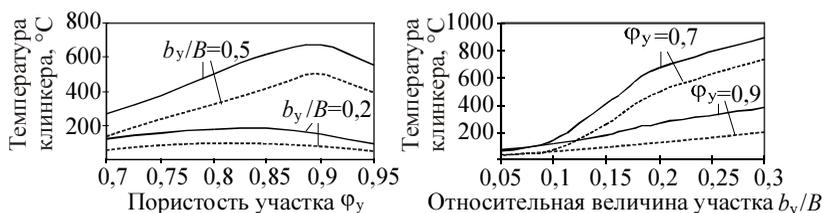


Рис. 7.12. Влияние параметров участка с пониженной пористостью на получаемую в результате моделирования температура клинкера после горячей (—) и холодной (---) секций

В результате моделирования работы холодильника с использованием данных теплотехнических испытаний, полученных на АО «Белгородский цемент» и АО «Себряковцемент» установлено, что для приближения модели к реальным условиям необходимо принимать пористость участка 80%, а его размеры – 5...20% от ширины холодильника.

§ 7.7. Алгоритм численного расчета теплообмена в колосниковом холодильнике

С использованием предложенных методов разработана программа моделирования теплообмена в колосниковом клинкерном холодильнике. В соответствии с принципами системного анализа, выделен ряд иерархических уровней объекта; для каждого из них определена самостоятельная задача моделирования, что легло в основу алгоритма расчета и структуры компьютерной программы (рис. 7.13–7.18).

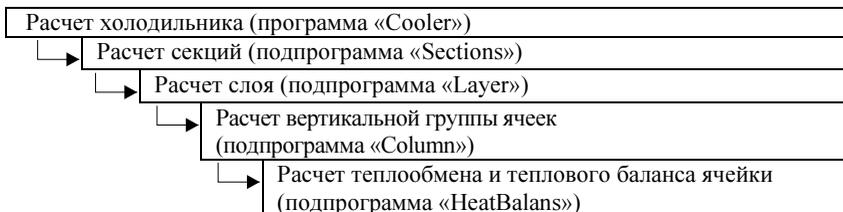


Рис. 7.13. Структурная схема программы моделирования теплообмена в колосниковом холодильнике

Расчет холодильника (программа «Cooler»)
<p><i>Исходные данные:</i> производительность холодильника G_k, ширина слоя B, длина участка отбора избыточного воздуха, средний диаметр клинкерных гранул d, пористость слоя ϕ, температура воздуха и клинкер на входе в холодильник, количество и длина L секций.</p> <p><i>Функции:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) ввод исходных данных; 2) поочередный расчет теплообмена в секциях (подпрограмма «Sections»); 3) расчет по результатам моделирования теплового баланса холодильника, расхода и температуры избыточного воздуха; 4) графический вывод результатов

Рис. 7.14. Функции главного модуля программы

Расчет секций (подпрограмма «Sections»)	
<p><i>Исходные данные:</i></p> <p>t_{k1}, t_{b1} – температура клинкера и воздуха на входе в секцию; G_k – расход клинкера; L, B, H – размеры слоя; Δp – аэродинамическое сопротивление слоя; d – диаметр частиц; ϕ – пористость слоя; b_y, ϕ_y – размер и пористость участка неравномерной запылки; исходные данные для расчета секции (высота H и сопротивление Δp слоя, расход воздуха V, температура клинкера после секции t_k) в следующих сочетаниях: а) H, Δp; б) V, Δp; в) V, H; г) t_k, Δp; д) t_k, H</p>	<p><i>Результаты расчета:</i></p> <p>t_{k2}, t_{b2} – температура клинкера и воздуха на выходе из секции, °С;</p> <p>V_n – расход воздуха в секции при нормальных условиях; H, Δp – высота и сопротивление слоя</p>
<p><i>Функции:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) расчет теплообмена в секции (подпрограмма «Layer») согласно вариантам исходных данных: <ol style="list-style-type: none"> а) единичный безытерационный расчет; б) итерационный расчет $H = f(V_n, \Delta p)$; в) итерационный расчет $\Delta p = f(V_n, H)$; г) $V_n = f(G_k, t_{k1}, t_{b1}, t_{k2})$, итерационный расчет $H = f(V_n, \Delta p)$; д) $V_n = f(G_k, t_{k1}, t_{b1}, t_{k2})$, итерационный расчет $\Delta p = f(V_n, H)$; 2) усреднение температур воздуха и клинкера на выходе из секции 	

Рис. 7.15. Функции модуля расчета секции

Расчет слоя (подпрограмма «Layer»)	
<p><i>Исходные данные:</i> $q_{к1}$, $q_{в1}$ – теплосодержание клинкера и воздуха на входе; G_k – расход клинкера; L, B, H – размеры слоя; Δp – сопротивление слоя; d – диаметр частиц; ϕ – пористость слоя; b_y, ϕ_y – размер и пористость участка неравномерной засыпки</p>	<p><i>Результаты расчета:</i> $q_{к2}$, $q_{в2}$ – теплосодержание клинкера и воздуха на выходе; V_n – расход воздуха в секции при нормальных условиях</p>
<p><i>Функции:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) разбиение слоя по длине; 2) поочередный расчет вертикальных групп ячеек, для каждой из которых: <ol style="list-style-type: none"> а) расчет основного участка (подпрограмма «Column»); б) расчет участка с повышенной пористостью (подпрограмма «Column»); в) суммирование теплосодержания клинкера и воздуха на выходе из участков, использование суммарного теплосодержания клинкера как исходных данных для следующей группы; 3) суммирование расходов и теплосодержания воздуха по длине слоя, расчет средних температур воздуха и клинкера на выходе из слоя 	

Рис. 7.16. Функции модуля расчета слоя

Расчет вертикальной группы ячеек (подпрограмма «Column»)	
<p><i>Исходные данные:</i> $q_{к1}$, $q_{в1}$ – теплосодержание клинкера и воздуха на входе в группу; G_k – расход клинкера; L, B, H – размеры группы; Δp – аэродинамическое сопротивление группы; d – диаметр частиц; ϕ – пористость слоя</p>	<p><i>Результаты расчета:</i> $q_{к2}$, $q_{в2}$ – теплосодержание клинкера и воздуха на выходе; V_n – расход воздуха при нормальных условиях</p>
<p><i>Функции:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) разбиение на ячейки; 2) итерационный расчет расхода воздуха, обеспечивающего заданный перепад давления: <ol style="list-style-type: none"> а) расчет теплообмена и аэродинамического сопротивления в ячейках (подпрограмма «HeatBalans»); б) расчет сопротивления решетки; в) суммирование сопротивлений ячеек; 3) суммирование теплосодержания клинкера по ячейкам, расчет средней температуры клинкера и воздуха на выходе из группы 	

Рис. 7.17. Функции модуля расчета вертикальной группы ячеек

Расчет теплообмена и теплового баланса ячейки (подпрограмма «HeatBalans»)	
<p><i>Исходные данные:</i> $q_{к1}$, $q_{в1}$ – теплосодержание клинкера и воздуха на входе; V_n – расход воздуха при нормальных условиях; g_k – расход клинкера в ячейке; l, B, h – размеры ячейки; d – диаметр частиц; ϕ – пористость слоя</p>	<p><i>Результаты расчета:</i> $q_{к2}$, $q_{в2}$ – теплосодержание клинкера и воздуха на выходе; Δp – аэродинамическое сопротивление</p>
<p><i>Функции:</i> 1) определение первого приближения; 2) итерационный расчет теплообмена: расчет средних температур, скорости воздуха, коэффициента теплообмена (подпрограмма «HeatTransfer»), среднего температурного напора, количества передаваемой теплоты, теплосодержания потоков на выходе; 3) расчет аэродинамического сопротивления ячейки (подпрограмма «dp»)</p>	
↓	↓
Расчет аэродинамического сопротивления слоя (подпрограмма «dp»)	Расчет коэффициента теплообмена (подпрограмма «HeatTransfer»)
<p><i>Исходные данные:</i> t_b – температура воздуха; v – скорость воздуха; d – диаметр частиц засыпки; ϕ – пористость слоя; h – высота слоя</p>	<p><i>Исходные данные:</i> t_b – температура воздуха; t_k – температура слоя; v – скорость воздуха; d – диаметр частиц засыпки; ϕ – пористость слоя</p>

Рис. 7.18. Функции модуля расчета вертикальной группы ячеек

Исходными данными программы для расчета являются:

- производительность холодильника, т/ч;
- ширина слоя и длина участка отбора избыточного воздуха, м;
- средний диаметр, мм, и пористость, кг/м³, клинкерных гранул;
- пористость слоя, %;
- температура воздуха и клинкера на входе в холодильник, °С;
- размер и пористость участка неравномерной засыпки;
- количество секций (от одной до шести) и их длина, характеристики слоя и потока воздуха в каждой секции.

В соответствии с проведенным анализом влияния параметров на точность расчета теплообмена, а также исходя из наиболее достоверной контрольной информации, выбраны следующие варианты исходных данных для расчета секции:

- а) высота H , м, и сопротивление Δp , Па, слоя;
- б) расход воздуха V , м³/кг кл., и сопротивление слоя Δp ;
- в) расход воздуха V и высота слоя H ;
- г) температура клинкера после секции $t_{к2}$, °С, и сопротивление слоя Δp ;
- д) температура клинкера после секции t_k и высота слоя H .

Результатом работы программы является представленное в графическом виде распределение по длине колосниковой решетки температур клинкера и воздуха на выходе из слоя, распределение расхода воздуха по слою, средние температуры клинкера и воздуха по секциям и в целом по холодильнику, тепловой баланс холодильника. Диалоговые окна программы воспроизведены на рис. 7.19 – 7.21.

Исходные данные

Производительность, т/ч	50,0
Диаметр гранул, см	1,0
Пористость слоя, %	40,0
Плотность гранул клинкера, кг/м ³	2700
Температура клинкера, °C	1200
Температура воздуха, °C	20
Ширина слоя, м	2,8
Расход втор. воздуха, м ³ /кг	1,8

Расчет аспирационного воздуха по расходу в горючего воздуха

Число секций	4
Длина секций, м	
1	4
2	4
3	4
4	4

Параметры расчета

Секция 1
Тип расчета: V, h
Расход воздуха, м³/кг: 0,70
Высота слоя, м: 0,10

Секция 2
Тип расчета: V, h
Расход воздуха, м³/кг: 0,70
Высота слоя, м: 0,14

Секция 3
Тип расчета: V, dP
Расход воздуха, м³/кг: 0,5
dP, Па: 1200

Секция 4
Тип расчета: t, cl, dP
t, cl после секции, °C: 80
dP, Па: 1800

Кнопки: Расчет, X Закрыть

Рис. 7.19. Окно исходных данных программы моделирования теплообмена в клинкерном колосниковом холодильнике

Исходные данные

Число разбиений слоя в секции: По длине: 30, По высоте: 30

Участок с пониженной пористостью: Размер участка (по ширине), %: 5, Пористость участка, %: 80,0

Кэффициенты релаксации:

Температура	0,88
Тепловой баланс ячейки	0,42
Вертикальное сечение	0,66
Секция	1,00

Расчет сопротивления: Бернштейн

Расчет коэффициента теплопередачи: Кутепеладзе (1990 г.)

Учет теплопроводности гранул

Кнопки: Расчет, X Закрыть

Рис. 7.20. Окно параметров расчета программы моделирования теплообмена в клинкерном колосниковом холодильнике

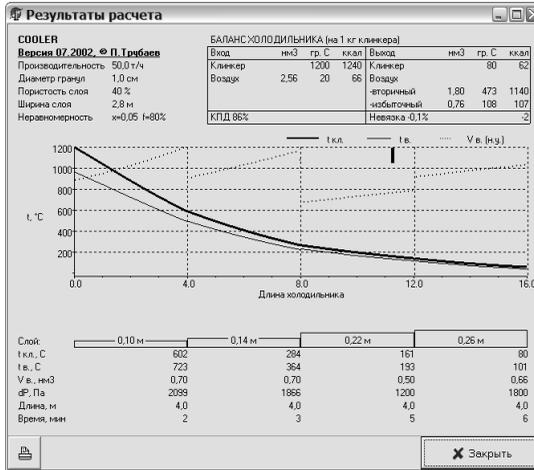


Рис. 7.21. Окно результатов расчета программы моделирования теплообмена в клинкерном колосниковом холодильнике

Адекватность программы могут продемонстрировать данные теплотехнических испытаний колосникового холодильника АО «Белгородский цемент» (рис. 7.22) и результаты расчета (рис. 7.23), сравнение которых приведено в табл. 7.3.

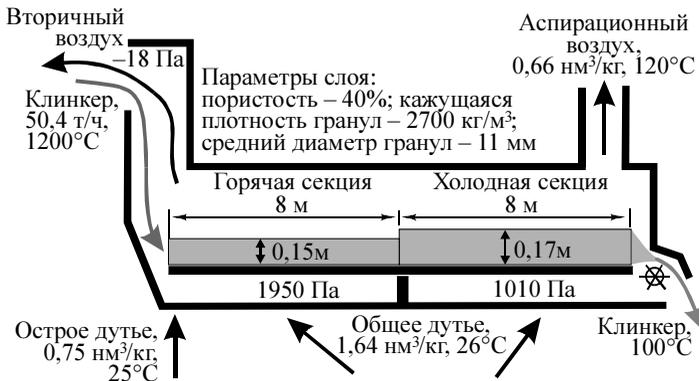


Рис. 7.22. Результаты теплотехнического испытания колосникового холодильника «Волга-50»

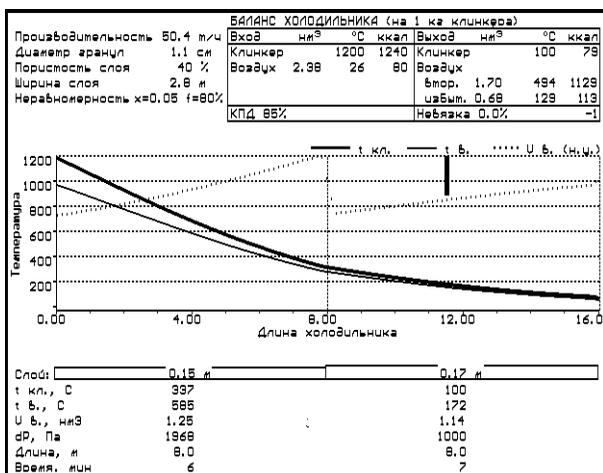


Рис. 7.23. Результаты моделирования

(для расчета первой секции задавались высота слоя и перепад давления, второй – высотам слоя и температура клинкера на выходе)

Таблица 7.3

Адекватность результатов моделирования

Параметр	Данные испытаний	Результаты моделирования	Отклонение
Расход воздуха, м ³ /кг	2,29	2,38	4%
Температура избыточного воздуха, °С	120	129	8%
Сопротивление слоя холодной секции, Па	1028	1000	3%

Результаты моделирования также совпадают с опытными данными распределения температур и давлений по длине шестисекционного холодильника, приведенными в работе [101], и двухсекционного холодильника при различной скорости движения колосников, приведенные в работе [140].

Глава 8. УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ ГОРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА В УСЛОВИЯХ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА

§ 8.1. Управление качеством сжигания топлива

Оптимизация работы вращающейся печи сводится в основном к решению двух главных технологических задач. Первая направлена на получение устойчивой грануляции клинкера, вторая – на образование в зоне спекания высокопрочной обмазки. Первая и вторая задачи решаются одновременно при условии, когда в зоне спекания формируется оптимальная структура факела, то есть его длина, форма и теплонапряженность.

Структура факела определяется процессом горения топлива, составом, видом и подготовкой топлива, аэродинамическим режимом горения и количеством воздуха, находящегося в зоне горения. Большое влияние на формирование структуры факела оказывает конструкция горелки и ее положение в печи, объем вторичного воздуха и его температура [141–146].

Для газообразного вида топлива регулирование интенсивности горения обеспечивается скоростью вылета газа и завихряющими устройствами горелки. Рациональное горение можно обеспечить путем снижения скорости вылета газа из горелки до 230...280 м/с с одновременным завихрением газообразного потока. Использование горелок типа ВРГ позволяет более гибко и рационально формировать необходимую структуру факела.

Аэродинамический режим горения связан с количеством воздуха, подводимого в зону горения, и является одним из главных факторов, определяющих скорость горения топлива. Коэффициент избытка воздуха α в зоне горения зависит от работы запечных тяговых устройств. С увеличением разрежения возрастает количество воздуха, просасываемого в печь. Возрастает коэффициент избытка, несколько отдаленная от горелки точка воспламенения факела. Для газообразного топлива оптимальное теплонапряжение в зоне спекания можно получить при поддержании коэффициента избытка воздуха α в зоне горения 1,05...1,12. При более низких значениях α может наблюдаться недожог топлива, а при более высоких – снижение температуры факела и концентрация теплового напряжения на коротком и удаленном от горячего обреза печи участке. И в том и в другом случае происходит снижение температуры факела.

Качество сжигания топлива характеризуют два выходных параметра – наличие кислорода O_2 и оксида углерода CO в отходящих газах. Причем концентрация кислорода должна поддерживаться в пределах 0,8...2,0 %, а присутствие CO в выходном потоке недопустимо. Граничные условия характеристик качества сжигания топлива можно записать так:

$$\begin{cases} 0,8\% \leq c_{O_2} \leq 2\%, \\ c_{CO} = 0, \end{cases} \quad (8.1)$$

где c_{O_2} и c_{CO} – соответственно концентрация кислорода и оксида углерода в выходящем из печи газовом потоке.

Для того чтобы удовлетворить требованию (8.1), необходимо коэффициент избытка воздуха α поддерживать в пределах

$$1,03 \leq \alpha \leq 1,12. \quad (8.2)$$

Расход топлива на обжиг клинкера может быть определен из уравнений теплового и материального баланса печи. При этом должны быть учтены физико-химические параметры шлама, то есть его химический состав $X_{шл}$ и влажность $W_{шл}$, теплосодержание Q_B^{BT} вторичного воздуха, поступающего в печь, а также теплотери в окружающую среду и с отходящими газами. Функциональную зависимость в этом случае можно представить в следующем виде:

$$G_T = f(G_{шл}, W_{шл}, Q_B^{BT}, X_{шл}, Q_{пот}, \varphi_{л.з}, \Pi_\Phi). \quad (8.3)$$

Аналитическое выражение функции (8.3) может быть представлено суммой затрат теплоты по каждой из статей расхода:

$$\begin{aligned} G_T = & \sum_{i=1}^n Q_i / Q_p^H + \int_{t_0}^t Q_x^{CM}(t) dt + \int_{t_0}^t Q_w^{шл}(t) dt + \int_{t_0}^t Q_{пот}(t) dt - \\ & - \int_{t_0}^t Q_{BT}^B(t) dt] 1 / Q_p^H + \int_{t_0}^t q_{пот}^{CO} c_{CO}(j_{л.з}, \Pi_\Phi) dt + \int_{t_0}^t q_{пот}^{O_2} c_{O_2}(t) dt. \end{aligned} \quad (8.4)$$

В приведенном уравнении (8.4) первое слагаемое представляет сумму затрат, которые можно отнести к числу постоянных и не поддающихся непосредственному контролю, например процессы нагрева, плавления, твердофазового спекания. Выражение в квадратных скобках представляет затраты тепла, зависящие от непрерывно меняющихся параметров, то есть химического состава сырьевой смеси $Q_x^{см}$, влажности шлама $Q_w^{шп}$, теплопотерь со отходящими газами в окружающую среду $Q_{пот}$, возврата тепла с вторичным воздухом из хлорильника $Q_b^{вт}$. Эти параметры процесса обжига поддаются контролю, могут быть рассчитаны и введены в выражение (8.4). Последние два члена уравнения (8.4) представляют теплопотери от неполноты горения топлива и избытка воздуха.

Теоретически массовый расход сухого воздуха, необходимый для полного сгорания газообразного топлива, можно определить из материального баланса горения топлива, например:

$$G_b^0 = 0,0615[0,5CO + 0,5H_2 + 1,5H_2S + \sum_{i=1}^k (m + n / 4)C_mH_n - O_2]G_T. \quad (8.5)$$

С учетом коэффициента избытка

$$G_b = \alpha G_b^0. \quad (8.6)$$

Важную роль в качественном сжигании топлива играет интенсивность смешения топлива и воздуха. После расчета и анализа выражения (8.4) подключается алгоритм расчета и формирования управляющего воздействия для выбора оптимального положения топливной горелки и раскрытия угла лопаток завихрителя в соответствии с соотношением

$$c_{CO} = f(\varphi_{л.з}, П_\Phi), \quad (8.7)$$

где $П_\Phi$ и $\varphi_{л.з}$ – характеризуют соответственно положение топливной горелки и лопаток завихрителя.

На рис. 8.1 представлена блок-схема алгоритма управления качеством сжигания топлива.

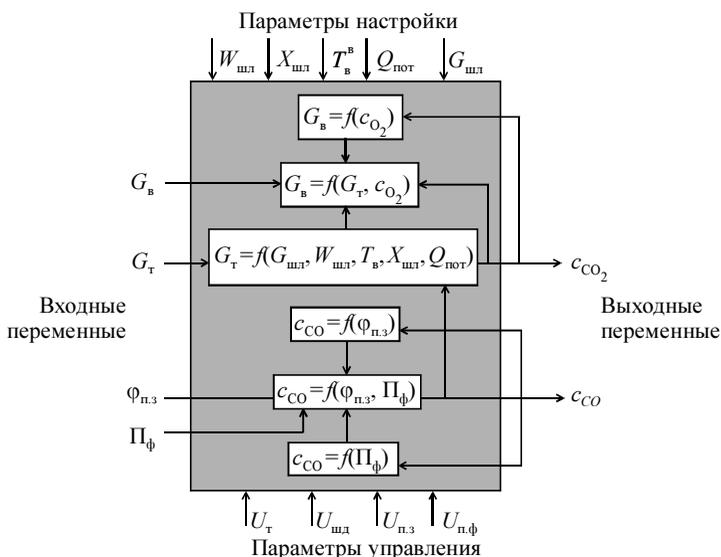


Рис. 8.1. Схема алгоритма управления качеством сжигания топлива

Для повышения точности измерения CO и CO_2 и, следовательно, качества сжигания топлива необходимо использовать газоанализаторы, с помощью которых можно осуществлять стабилизацию массового расхода воздуха.

§ 8.2. Управление толщиной и протяженностью обмазки в зоне спекания

Стойкость футеровки во вращающихся печах зависит от многих факторов. Основными из них являются химический состав сырьевого шлама, вид применяемого топлива и огнеупора, степень стабилизации теплотехнического и технологического режимов работы печи и условия для образования устойчивой обмазки.

На рис. 8.2 показано влияние точки воспламенения T_b топлива на форму факела и обмазку печи. Скорость горения топлива зависит от интенсивности смешения его воздухом, а длина факела уменьшается с увеличением количества первичного воздуха.

Для удлинения факела и уменьшения его теплонапряжения, а следовательно, и повышения стойкости футеровки, необходимо скорость вылета топлива из горелок поддерживать в оптимальных пределах.

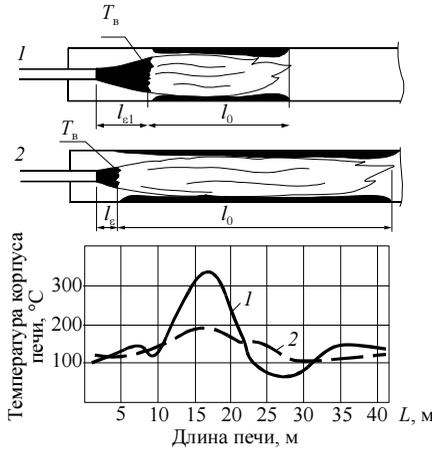


Рис. 8.2 Влияние точки воспламенения T_v топлива на форму факела и обмазку печи:

1 – нерациональный факел, 2 – рациональный факел, $l_{\epsilon 1}$ и l_{ϵ} – расстояние от горелки до точки воспламенения, l_0 – длина факела

Длину факела, а следовательно, и протяженность образования обмазки можно изменять количеством избыточного воздуха, подводимого в зону горения топлива. При увеличении коэффициента избытка воздуха α возрастает скорость газового потока, а факел смещается в сторону холодного конца печи. Это приводит к образованию удаленного и короткого напряженного факела и как следствие – к быстрому прожогу обмазки и футеровки в удаленной части зоны спекания.

Таким образом, высокая скорость вылета топлива из горелки и высокий коэффициент избытка воздуха приводят к образованию удаленного и короткого факела с высоким теплонапряжением на сечении печи.

Для удлинения факела и снижения его теплового напряжения в зоне спекания, образования обмазки по всей длине зоны спекания, а также для повышения стойкости футеровки печи необходимо поддерживать коэффициент избытка воздуха в соответствии с соотношением (8.2), то есть в пределах 1,03...1,12. Скорость вылета, например, топливно-воздушной смеси угольных горелок необходимо поддерживать в пределах 40...65 м/с.

На рис. 8.2 показано распределение температур корпуса печи, соответствующее описанным режимам горения топлива.

Необходимость регулирования расхода шлама, изменение его физико-химического состава, изменение температуры и объема вторичного воздуха, который, в свою очередь, определяет форму факела и температуру воспламенения топлива, требует непрерывной корректировки процесса горения.

Таким образом, для формирования устойчивой обмазки необходимо непрерывно поддерживать оптимальную длину факела l_{ϕ}^{opt} , на определенном расстоянии – точку воспламенения факела $l_{\text{т.в}}$ и обеспечивать в заданных пределах коэффициент избытка воздуха α^{opt} . Можно записать граничные условия регулирования формы факела и формирования устойчивой обмазки:

$$\begin{cases} 0,15L_{\text{п}} \leq l_{\phi}^{\text{opt}} \leq 0,2L_{\text{п}}, \\ 0,1D_{\text{п}} \leq l_{\text{т.в}}^{\text{opt}} \leq 0,4D_{\text{п}}, \\ 1,03 \leq \alpha \leq 1,12, \end{cases} \quad (8.8)$$

где $L_{\text{п}}$ и $D_{\text{п}}$ – длина и диаметр печи.

Значения верхних и нижних уровней параметров выражения (8.8) определены из практических соображений, описанных в целом ряде работ, выполненных под руководством В. К. Классена [144, 147, 148]. Кроме указанных в условии (8.8) параметров необходимо учитывать температуру корпуса в зоне спекания $T_{\text{к.з.с}}$:

$$T_{\text{к.з.с}}^{\text{min}} \leq T_{\text{к.з.с}}^{\text{opt}} \leq T_{\text{к.з.с}}^{\text{max}}. \quad (8.9)$$

Важно отметить, что температура корпуса печи в зоне спекания может снижаться или возрастать вследствие увеличения или уменьшения толщины обмазки и в результате изменения теплонапряжения в зоне спекания. Однако и в том и в другом случае необходимо регулировать интенсивность процесса горения.

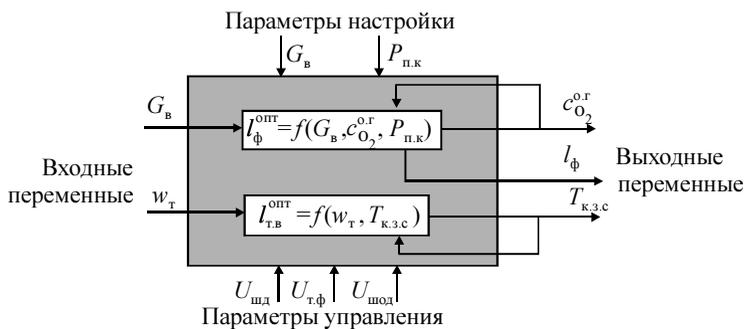
Условия регулирования толщины обмазки $h_{\text{обм}}$ можно представить так:

$$h_{\text{обм}}^{\text{opt}} = f(G_{\text{в}}, G_{\text{O}_2}^{\text{о.г}}, P_{\text{п.к}}) \quad (8.10)$$

$$l_{\text{т.в}}^{\text{opt}} = f(w_{\text{т}}, T_{\text{к.з.с}}), \quad (8.11)$$

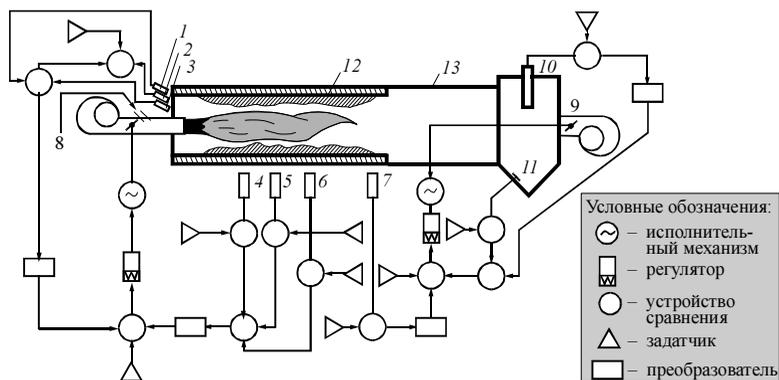
где $G_{\text{в}}$ – масса воздуха, подаваемая в зону горения; $c_{\text{O}_2}^{\text{о.г}}$ – содержание кислорода в отходящих газах; $P_{\text{п.к}}$ – разрежение в пыльной камере; $w_{\text{т}}$ – скорость вылета топлива из горелки; $T_{\text{к.з.с}}$ – температура корпуса печи в зоне спекания.

Блок-схема алгоритма управления формированием толщины об-
мазки в зоне спекания представлена на рис. 8.3.



**Рис. 8.3. Схема алгоритма управления толщиной об-
мазки в зоне спекания**

На основании алгоритма управления образованием об-
мазки предложен автоматический способ регулирования толщины и протяженно-
сти об-мазки [149] в зоне спекания, представленный на рис. 8.4.



**Рис. 8.4. Схема автоматического регулирования толщины
и протяженности об-мазки в зоне спекания:**

1-3 – пирометры; 4-7 – датчики температуры корпуса печи; 8 – ввод топлива; 9 –
шибер дымососа; 10 – датчик кислорода; 11 – датчик разряжения; 12 – об-
мазка; 13 – вращающаяся печь

Здесь дополнительно измеряют расстояние l_B от горелки до точки воспламенения топлива, температуру корпуса печи в зоне спекания $T_{к.з.с}$, температуру печи в конце зоны спекания $T_{к.з.с}^к$, содержание кислорода в отходящих газах $c_{O_2}^{0,Г}$, разрежение в пылеосадительной камере $P_{п.к}$ и изменяют скорость вылета топливной смеси w_T и содержание избыточного воздуха в зоне горения $G_B^{изб}$.

Изменение скорости вылета топливной смеси осуществляют в зависимости от отклонения заданного значения измеренного расстояния l_B от горелки до точки воспламенения и отклонения от заданного значения температуры корпуса печи $T_{к.з.с}$ в зоне спекания, а изменение содержания избыточного воздуха в зоне горения осуществляют в зависимости от заданного значения температуры печи в конце зоны спекания $T_{к.з.с}^к$ с ее коррекцией по содержанию кислорода $c_{C_2}^{0,Г}$ в отходящих газах и разрежению в пылеосадительной камере $P_{п.к}$.

§ 8.3. Управления грануляцией клинкера

В работе [145] показано, что для управления процессом обжига клинкера необходимо формирование оптимальной структуры факела. Короткий и удаленный от выходного обреза печи факел является причиной снижения стойкости футеровки. При этом, когда зона спекания удалена от выходного обреза печи, происходит передержка в этой зоне уже готового клинкера, что приводит к клинкерному пылеобразованию, снижению качества клинкера и ухудшению работы колосникового холодильника.

При формировании длинного «вялого» факела происходит деформация горелочных устройств, выпадение на горячем конце печи упорного кирпича и пороговых плит.

В технологии управления процессом горения топлива и обжиге клинкера важным фактором является поддержание оптимального значения энтальпии вторичного воздуха. Вторичный воздух подается в зону горения топлива из холодильника. В общем случае энтальпию всего вторичного воздуха можно определить из соотношения

$$H^{вт, в} = (G_B^{остр} + G_B^{общ} - G_B^{изб}) T_B^{вт} c_B^{вт}, \quad (8.12)$$

где $G_B^{остр}$, $G_B^{общ}$, $G_B^{изб}$ – соответственно массы воздуха острого, общего дутья, подаваемые в холодильник на охлаждение клинкера, и избыточ-

ного, выбрасываемого из холодильника, кг/ч; $T_{\text{в}}^{\text{BT}}$ – температура вторичного воздуха °C; $c_{\text{в}}^{\text{BT}}$ – теплоемкость вторичного воздуха, кДж/кг·К.

Величину энтальпии вторичного воздуха, подаваемого в печь, на 1 кг кл. можно определить из соотношения:

$$h_{\text{в}}^{\text{BT}} = Q_{\text{в}}^{\text{BT}} / G_{\text{п}}^{\text{кл}}, \quad (8.13)$$

где $Q_{\text{в}}^{\text{BT}}$ – количество теплоты, вносимое в печь горячим воздухом; $G_{\text{п}}^{\text{кл}}$ – производительность печи по клинкеру, кг/ч.

Оптимальная энтальпия воздуха, подаваемого из холодильника в печь, определяется максимальным КПД холодильника, который колеблется от 0,75 до 0,9. В этом случае энтальпия $h_{\text{в}}^{\text{BT}}$ равна 900...1100 кДж/кг клинкера и формируется оптимальная структура факела, то есть его форма, длина, теплонапряжение. Объясняется это тем, что при более низких значениях энтальпии общая температура воздуха, подводимого в зону горения, снижается, при этом точка воспламенения смещается в сторону холодного обреза печи. Горение топлива происходит на коротком теплонапряженном и удаленном от горячего обреза печи участке. Более высокое значение энтальпии (выше, например, 1100 кДж/кг кл.) на практике трудноосуществимо, кроме того, в этом случае температура вторичного воздуха, подводимого в зону горения, поднимается, и воспламенение топлива происходит возле устья горелки, что недопустимо.

Положение точки с максимальным теплонапряжением можно изменить также количеством избыточного воздуха, подводимого в зону горения $G_{\text{в}}$. Объем избыточного воздуха в зоне горения можно регулировать запечными дымососами.

Установлено [145, 150], что при обжиге клинкера точка с максимальным значением температуры корпуса печи должна находиться на расстоянии 12...10 % длины печи от ее горячего обреза.

Колебания температуры и объема воздуха, подаваемого в зону горения, изменения физико-химических параметров обжигаемого сырья и других параметров требуют непрерывной корректировки формы и структуры факела, а следовательно, и температуры (рис. 8.5).

В качестве критерия оценки зоны спекания можно принять расположение точки с максимальным теплонапряжением $L(t_{\text{max}})$. Расстояние этой точки от обреза печи может находиться в пределах

$$0,06 L_{\text{п}} \leq L(t_{\text{max}}) \leq 0,1 L_{\text{п}}. \quad (8.14)$$

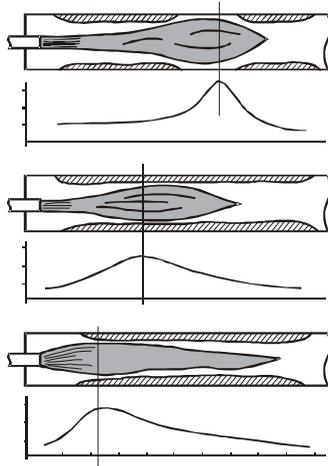


Рис. 8.5. Распределение температуры корпуса печи в зависимости от формы факела

Другим критерием оценки зоны спекания является интегральная теплонапряженность зоны спекания $\xi_{к.п.}$, которая характеризует нагрев материала в этой зоне:

$$\xi_{к.п.} = \int_0^l T_{к.п}(l) dl , \quad (8.15)$$

где $T_{к.п.}$ – температура внешней поверхности корпуса печи.

Сильный перегрев зоны спекания может привести к образованию большого количества жидкой фазы, которая вытекает из печи в холодильник. Интегральное теплонапряжение зоны спекания зависит от физико-химических параметров обжигаемой смеси, размеров и производительности печи, то есть:

$$\xi_{к.п.}^{\min} \leq \xi_{к.п.}^{\text{opt}} \leq \xi_{к.п.}^{\max} . \quad (8.16)$$

Значение $L_{п.}^{\max} = L(t_{\max})$ является функцией энтальпии вторичного воздуха $H_{в}^{\text{BT}}$, расхода топлива $G_{т.}$ и количества воздуха $G_{в.}^{\text{изб}}$, подводимого в зону горения:

$$L_{\text{п}}^{\text{max}} = f(H_{\text{в}}^{\text{вт}}, G_{\text{т}}, G_{\text{в}}^{\text{изб}}). \quad (8.17)$$

Место точки с максимальным значением температуры корпуса печи может быть определено из условия

$$\frac{dT_{\text{к.п.с}}(l)}{dl} = 0. \quad (8.18)$$

На рис. 8.6 представлена блок-схема алгоритма управления грануляцией клинкера.

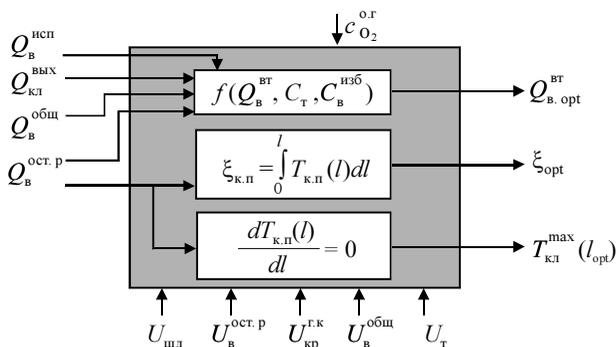


Рис. 8.6. Блок-схема алгоритма управления грануляцией клинкера

На рис. 8.7 приводится способ автоматического управления процессом обжига клинкера [151, 152], целью которого является повышение эффективности управления, создание оптимальных условий гранулируемости клинкера, устранение клинкерного пыления и, как следствие, – снижение расхода топлива.

Для реализации автоматического процесса управления обжигом клинкера сначала определяется расстояние точки с максимальным теплонапряжением корпуса печи. Затем путем изменения содержания кислорода в отходящих газах регулируется положение факела в печи с таким расчетом, чтобы точка с максимальным теплонапряжением была расположена на расстоянии 10–12% длины печи от ее обреза. При этом содержание кислорода в отходящих газах поддерживают в пределах от 0,8 до 2,0 %, а энтальпию горячего воздуха, подаваемого в печь из холодильника, – в пределах от 900 до 1050 кДж/кг кл.

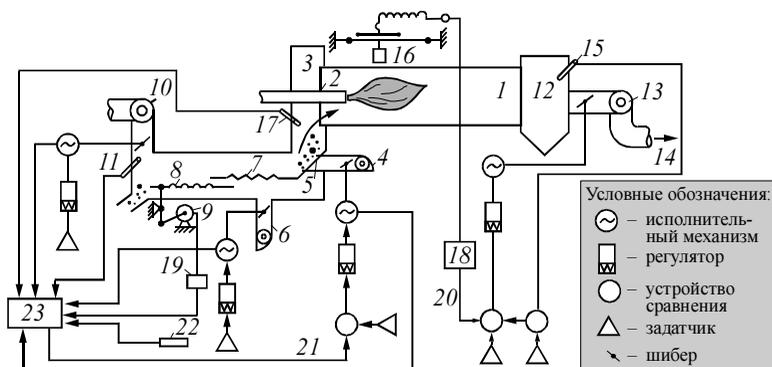


Рис. 8.7. Способ автоматического управления процессом обжига клинкера:

1 – вращающаяся печь; 2 – горелочное устройство; 3 – колосниковый холодильник; 4 – вентилятор острого дутья; 5 – неподвижные колосники холодильника; 6 – вентилятор общего дутья; 7, 8 – подвижные колосники; 9 – привод; 10 – дымоход избыточного воздуха; 11 – датчик температуры избыточного воздуха; 12 – пылеосадительная камера; 13 – запечный дымосос; 14 – отходящие газы; 15 – датчик кислорода; 16 – сканирующий пирометр; 17 – датчик температуры вторичного воздуха; 18, 19 – преобразователь сигнала; 20, 21 – управляющий сигнал; 22 – термопара температуры окружающего воздуха; 23 – вычислительное устройство

Необходимо заметить, что положение максимального теплонпряжения печи зависит и от вида топлива. Поэтому параметр расстояния $L_{\text{п}}^{\text{max}}$ должен определяться экспериментально для каждого вида топлива.

§ 8.4. Формирование оптимальной энтальпии зоны спекания

Перегрев материала в зоне спекания вращающейся печи приводит не только к ухудшению гранулируемости клинкера, снижению стойкости футеровки, повышению затрат тепла на обжиг клинкера, но и снижает производительность печи. Это происходит по целому ряду причин. Перегрев изменяет гидродинамику движения материала по всей длине печи. В подготовительных зонах вместо гранул образуется пылевидный материал, который движется со значительно большей скоростью, чем в оптимальных условиях обжига. Нарушается и динамика движения газовой фазы,

возрастает циркуляция материала внутри печи и пылевынос из печи. Как правило, от перегрева зоны спекания нарушается грануляция клинкера, снижается эффективность работы колосникового холодильника. Таким образом, ведение процесса обжига в оптимальном тепловом режиме представляет чрезвычайно важную задачу.

Для оценки теплового состояния зоны спекания можно предложить ряд косвенных параметров: значение нагрузки на валу двигателя $N_{\text{п}}$, изменение скорости вращения печи $\omega_{\text{п}}$, распределение температур в зоне спекания печи $T_{\text{к.з.с}}(l)$, высоту подъема материала в зоне спекания $h_{\text{м}}$.

Известно, что момент $M_{\text{п}}$ на валу двигателя печи пропорционален потребляемой двигателем мощности $N_{\text{п}}$:

$$M_{\text{п}} = N_{\text{п}} / \omega_{\text{п}}, \quad (8.19)$$

где $\omega_{\text{п}}$ – угловая скорость вращения печи.

Момент вращения, необходимый для перемещения материала на l м,

$$m = G_{\text{м}} R \sin \alpha_{\text{м}}, \quad (8.20)$$

где $G_{\text{м}}$ – масса материала, приходящегося на l м печи; R – радиус печи; $\alpha_{\text{м}}$ – угол подъема материала.

В процессе обжига при изменении химических и физических свойств сырьевой смеси меняются скорость движения материала в различных зонах печи, его масса $G_{\text{м}}$ и угол $\alpha_{\text{м}}$, а следовательно, изменяются момент m и мощность $N_{\text{п}}$.

Указанные параметры определяют широкое использование мощности (силы тока), потребляемой приводным двигателем, для управления процессом обжига. При этом исходят из допущения, что скорость вращения печи $\omega_{\text{п}}$ постоянна и постоянно напряжение питающей сети (при этих условиях вращающий момент m пропорционален мощности $N_{\text{п}}$ двигателя печи).

В результате проведенных исследований была доказана зависимость изменений (в малых пределах) скорости вращения печи от изменений процесса обжига. Так, например, на Топкинском цементном заводе регистрировались изменения скорости вращения печи в пределах от 1,247 до 1,258 оборотов в минуту, которые в полной мере характеризовали состояние печи.

Регистрация скорости вращения проводилась при помощи электронного таймера l (рис. 8.8).

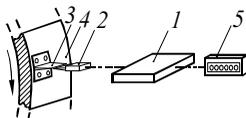


Рис. 8.8 Таймер измерения времени оборота печи

Таймер 1 получал сигнал на начало счета от магнитного датчика 2 в момент прохождения магнитного индикатора 3, закрепленного на корпусе печи 4. Результаты измерений индицировались на шестизначном цифровом табло 5.

При оптимальном тепловом состоянии печи, когда шла устойчивая грануляция клинкера и печь не была перегрета, время одного оборота составляло от 47,75 до 47,78 с (скорость – от 1,257 до 1,256 об/мин). Когда тепловая мощность печи возрастала, время одного оборота увеличивалось до 47,9 с (1,253 об/мин) и печь уже перегревалась; в зоне обжига в этом случае образовывались свары либо от перегрева возникало клинкерное пыление. При снижении тепловой мощности, когда время одного оборота уменьшалось до 47,7 с (1,258 об/мин), необходимо было принимать меры, направленные на разогрев печи. В противном случае печь теряла тепловую мощность, что вело к появлению необожженного материала.

Уменьшить тепловую мощность зоны спекания можно снижением расхода топлива или увеличением производительности печи. Расход топлива — более быстрый способ восстановления тепловой мощности печи, так как значительное транспортное запаздывание движения материала не сразу сказывается на тепловой мощности зоны спекания. Поэтому энтальпия зоны спекания $H_{3,c}$

$$H_{3,c} = f(G_T, G_{шп}) = \text{const.} \quad (8.21)$$

На основании сказанного выше можно записать:

$$\begin{cases} w_{п} = f(H_{3,c}), \\ N_{п} = f(H_{3,c}), \\ h_{м} = f(H_{3,c}), \\ T_{к.з.с}(l) = f(H_{3,c}). \end{cases} \quad (8.22)$$

Тогда расход топлива можно представить следующей функциональной зависимостью:

$$G_T = f(w_{п}, N_{п}, T_{к.з.с}(l), h_{м}). \quad (8.23)$$

Для каждой печи есть своя область оптимальных значений скорости вращения печи w_{Π} , момента нагрузки на валу привода N_{Π} , распределения температур $T_{\text{к.з.с}}(l)$ и высоты подъема материала, ограниченная минимально и максимально допустимыми уровнями этих параметров:

$$\begin{cases} w_{\Pi}^{\min} \leq w_{\Pi}^{\text{opt}} \leq w_{\Pi}^{\max}, \\ N_{\Pi}^{\min} \leq N_{\Pi}^{\text{opt}} \leq N_{\Pi}^{\max}, \\ h_{\Pi}^{\min} \leq h_{\Pi}^{\text{opt}} \leq h_{\Pi}^{\max}, \\ T_{\text{к.з.с}}^{\min} \leq T_{\text{к.з.с}}^{\text{opt}} \leq T_{\text{к.з.с}}^{\max}. \end{cases} \quad (8.24)$$

Если учесть, что расход топлива на обжиг клинкера определяется основными технологическими параметрами – производительностью печи $G_{\Pi}^{\text{кл}}$, физико-химическим составом шлама, то выражение (8.23) должно быть дополнено и этими параметрами, то есть

$$G_{\text{T}} = f(G_{\Pi}^{\text{кл}}, X_{\text{шл}}, w_{\Pi}, N_{\Pi}, T_{\text{к.з.с}}(l), h_{\text{м}}). \quad (8.25)$$

На рис. 8.9 видно, что для зависимости $w_{\Pi} = f(H_{3.с})$, а также для выражений $N_{\Pi} = f(H_{3.с})$ и $h_{\text{м}} = f(H_{3.с})$ можно определить линеаризованную связь этих переменных, а зависимость $T_{\text{к.з.с}}(l)$ может быть получена на основе прямых замеров значений температур в зоне спекания, по которым рассчитывается интегральная теплонапряженность зоны спекания.

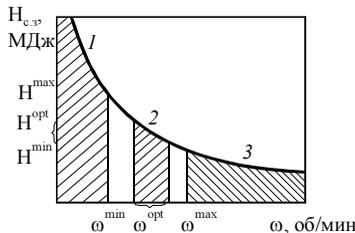


Рис. 8.9. Зависимость частоты вращения печи от энтальпии зоны спекания: 1 – зона перегрева печи; 2 – область оптимальной энтальпии зоны спекания; 3 – область низкой энтальпии печи и риска получения брака

На рис. 8.10 представлен алгоритм формирования оптимальной энтальпии зоны спекания, где показано, что расход топлива и воздуха корректируется косвенными параметрами, характеризующими тепловое состояние зоны спекания и печи в целом.

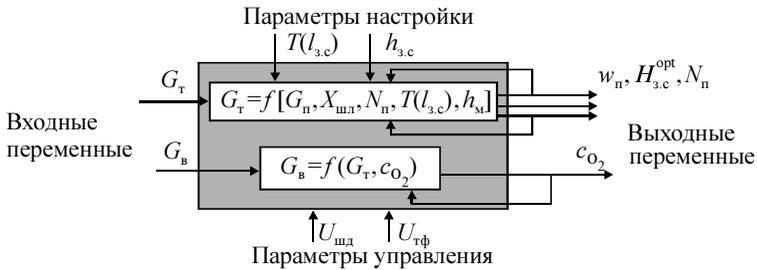


Рис. 8.10. Алгоритм формирования оптимальной энтальпии зоны спекания

На основании алгоритмов, представленных в главе, разработаны способы автоматического управления процессом обжига клинкера во вращающейся печи [151–153].

Основной целью способов автоматического управления является формирование оптимальной структуры факела. Так, при применении способа, представленного на рис. 8.11, получают расхода топлива и повышение качества регулирования обжига и, как следствие, – повышение качества получаемого продукта. В этом случае измеряют температуру воздуха в разгрузочной камере вращающейся печи, расстояние точки воспламенения от обреза горелки, а также температуру корпуса печи, которая, в свою очередь, определяет конец горения факела. Далее по измеренным значениям температур и расстояния корректируют задания регулятором расхода топлива и воздуха, подаваемых в печь.

В системе регулирования также корректируют и расход воздуха, подаваемого под неподвижную решетку колосникового холодильника, конец горения факела при этом стабилизируют положением шиберы дымососа. В схеме регулирования процесса обжига электрический сигнал задания положения шиберы дымососа корректируют сигналом, характеризующим произведение температуры и объема выбрасываемого избыточного воздуха из холодильника, и сигналом, определяющим содержание кислорода в отходящих газах и температуру, соответствующую концу зоны горения факела.

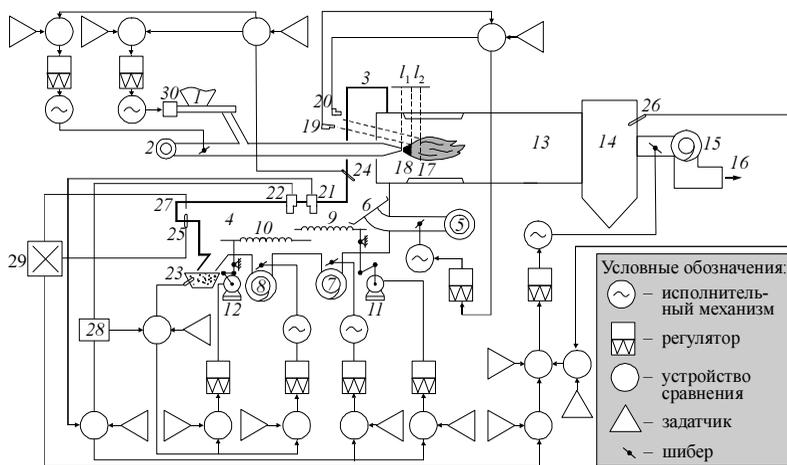


Рис. 8.11. Способ автоматического управления процессом обжига клинкера:

1 – питатель; 2 – вентилятор; 3 – разгрузочная камера; 4 – колосниковый холодильник; 5 – вентилятор острого дутья; 6 – неподвижные колосники; 7, 8 – вентиляторы общего дутья; 9, 10 – подвижные колосники; 11, 12 – привод; 13 – вращающаяся печь; 14 – пылеосадительная камера; 15 – запечный дымосос; 16 – отходящие газы; 17, 18 – точка воспламенения; 19, 20 – датчики воспламенения; 21–25 – датчики температуры; 26 – датчик кислорода; 27 – датчик объема избыточного воздуха; 28 – формирователь; 29 – преобразователь; 30 – рабочий орган питателя

Температуры материала на выходе из горячей и холодной камер холодильника регулируют по разности температур охлаждаемого материала на входе и выходе каждой из камер. Процесс регулирования осуществляется путем изменения скорости возвратно-поступательного движения колосниковой решетки и положения шиберов общего дутья.

Предложенный способ можно пояснить на примере обжига клинкера во вращающихся печах, работающих по мокрому способу. Для таких печей значительную экономию топлива возможно получить при повышении эффективности работы холодильника, когда большая часть тепла клинкера, выходящего из печи при температуре 1100...1200 °С, передается в печь для сжигания топлива. Причем, чем выше температура этого воздуха и больше его объем, тем большее

количество тепла возвращается в печь. За счет этого снижается расход топлива на обжиг клинкера.

Другим важным фактором в управлении процессом является формирование факела с оптимальной степенью теплонапряжения. Известно, что короткий и теплонапряженный факел не позволяет создать прочную обмазку в зоне спекания и приводит к быстрому износу футеровки. Оптимальная форма факела способствует образованию устойчивой обмазки по всей зоне спекания.

Скорость горения топлива зависит от температуры воздуха и интенсивности смешения воздуха с топливом. Причем, чем ниже температура воздуха, подводимого в зону горения и чем выше интенсивность его смешения, тем выше скорость горения, топлива, а следовательно, выше теплонапряжение. Для формирования факела требуемой длины и необходимого теплонапряжения нужно выбирать оптимальные соотношения температуры и интенсивности смешения. Длину факела можно изменить и количеством избыточного воздуха, подводимого в зону горения. Объем избыточного воздуха в зоне горения, в свою очередь, регулируется запечными дымососами.

Из-за непрерывного изменения соотношения холодного воздуха, подводимого под неподвижные колосники холодильника и нагретого вторичного воздуха, происходит колебание объема и температуры воздуха, подводимого в зону горения. В печи также происходят колебания расхода шлама и топлива, изменение физико-химического состава сырья. Это требует непрерывной корректировки места воспламенения топлива, формы и протяженности факела. Реализация способа автоматического управления процессом обжига клинкера, показанная на рис. 8.11, позволяет решать такие задачи.

Библиографический список

1. **Ортега Дж.** Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений: Пер. с англ. / Дж. Ортега, У. Пул. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
2. Основы имитационного и статистического моделирования: Учебное пособие / Харин Ю.С., Малюгин В.И., Кирлица В.П. и др. – Мн.: Дизайн ПРО, 1997. – 288 с.
3. **Говорухин В. Н.** Компьютер в математическом исследовании / В. Н. Говорухин, В. Г. Цибулин. – СПб.: Питер, 2001. – 624 с.
4. **Самарский А. А.** Вычислительная теплопередача / А. А. Самарский, П. Н. Вабищев – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
5. **Самарский А. А.** Математическое моделирование / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – М.: Наука, 1997. – 320 с.
6. Математическое моделирование тепломассообмена на основе уравнений Навье-Стокса / Полежаев В.И., Бунэ А.В., Везузуб Н.А. и др. – М.: Наука, 1987. – 272 с.
7. **Лоу А. М.** Имитационное моделирование / А. М. Лоу, В. Д. Кельтон – СПб.: Питер; Киев: ВНУ, 2004. – 847 с.
8. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичной обработки данных: Справ. изд. / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин; Под ред. С. А. Айвазяна. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
9. **Ши Д.** Численные методы в задачах теплообмена: Пер. с англ. / Д. Ши. – М.: Мир, 1988. – 544 с.
10. **Кафаров В. В.** Методы кибернетики в химии и химической технологии / В. В. Кафаров. – М.: Химия, 1985. – 448 с.
11. **Runchal А. К.** Brian Spalding: CFD & Reality / А. К. Runchal // ICHMT – Int. Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, May 11-16, 2008, Marrakech, Morocco [Electronic resource].
12. **Кольцова Э. М.** Методы синергетики в химии и химической технологии / Э. М. Кольцова, Л. С. Гордеев. – М.: Химия, 1999. – 256 с.
13. **Зарубин В. С.** Математическое моделирование в технике: Учеб. для вузов / Под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 496 с.
14. **Бахвалов Н. С.** Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Бином, 2003. – 632 с.
15. **Закгейм А. Ю.** Введение в моделирование химико-технологических процессов / А. Ю. Закгейм. – М.: Химия, 1982. – 288 с.
16. **Скурихин В. И.** Математическое моделирование / В. И. Скурихин, В. Б. Шифрин, В. В. Дубровский. – Киев: Техника, 1983. – 270 с.
17. **Маркин А.Д.** Практический анализ тепловых процессов в энергетике и металлургии / А. Д. Маркин, М. А. Маркин. – М.: МИСИС, 2008. – 208 с.

- 18. Трубаев П. А.** Моделирование и оптимизация технологических процессов производства строительных материалов: Учеб. пособие / П. А. Трубаев. – Белгород, 1999. – 178 с.
- 19. Амосов А.А.** Вычислительные методы для инженеров / А.А. Амосов, Ю.А. Дубянский, Н.В. Копченова. – М.: Высш. шк., 1994. – 544 с.
- 20. Spalding B.** Extending the frontiers of computational heat transfer / B. Spalding // ICHMT – Int. Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, May 11-16, 2008, Marrakech, Morocco [Electronic resource].
- 21. Ames W. M.** Nonlinear partial differential equations in engineering / W. M. Ames // Numerical methods for partial differential equation. – N.Y.: Academic Press, 1965.
- 22. Петрусёв А. С.** Численное моделирование ламинарного факела [Электронный ресурс] / А. С. Петрусёв. – Научн. конф. МФТИ, 2008. – Режим доступа http://bio.fizteh.ru/student/mipt_conference/conf_material/conf_ipmeh/Petrusev.html
- 23. Лапин Ю. В.** Внутренние течения газовых смесей / Ю.В Лапин, М.Х.. Стрелец. – М.: Наука, 1989. – 368 с.
- 24. Либби П.** Турбулентные течения реагирующих газов / П. Либби, Ф. Вильямс – М.: Мир, 1983.
- 25. Патанкар С.** Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкостей / С. Патанкар. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
- 26. Роуч П.** Вычислительная гидродинамика: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
- 27. Кудинов П. И.** Численное моделирование гидродинамики и теплообмена в задачах с конвективной неустойчивостью и неединственным решением: Дисс. ... канд. техн. наук. – Днепропетровск, ДГУ, 1999. – 229 с.
- 28. Варнатц Ю.** Горение. Физические и химические аспекты, моделирование, эксперименты, образование загрязняющих веществ: Пер. с англ. / Ю. Варнатц, У. Маас, Р. Диббл – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 352 с.
- 29. Иевлев В. М.** Численное моделирование турбулентных течений / В. М. Иевлев. – М.: Наука, 1990. – 216 с.
- 30. Launder B. E.** Lectures in Mathematical Models of Turbulence / B. E. Launder, D. B. Spalding. – L., N.Y.: Academic Press, 1972. – 169 p.
- 31. Jones W. P.** Modelling and measurement in turbulent combustion / W. P. Jones, J. H. Whitelaw // 20th Symp. (Intl.) Comb. The Combustion Institute, Pittsburgh, 1985. – P. 233.
- 32. Хитрых Д.** Проектирование турбомашин: обзор моделей турбулентности / Д. Хитрых // ANSYS Solutions. – 2005. – № 1. – С. 9-11.
- 33. Reynolds W. C.** The potential and limitations of direct and large eddy simulation / W. C. Reynolds // B: Whither turbulence? Turbulence at crossroads. Lecture notes in physics. – Springer, N.Y., 1989. – 313 P.
- 34. Latimer B. R.** Comparison of pressure-velocity coupling solution algorithms / B. R. Latimer, A. Pollard // Numer. Heat Transfer. – 1985. – Vol. 8, № 6. – P. 635-652.

35. Van Doormaal J. P. Enhancements of SIMPLE method for predicting incompressible fluid flow / J. P. Van Doormaal, G. D. Raithby // Numer. Heat Transfer. – 1984. – Vol. 7. – № 2. – P. 147-163.

36. Численный расчет обтекания выступов на плоскости / Р.В. Бенюдекар, А.Дж.Г. Годдард, А.Д. Госман, Р.И. Исса // Аэрокосмическая Техника. – 1986. – Т.4, № 2. – С.125-134.

37. Maliska C. R. A method for computing three-dimensional flows using nonorthogonal boundary-fitted coordinates / C. R. Maliska, G. D. Rathby // Int. J. Numer. Meth. Fluids, – 1984. – Vol 4, № 6. – P. 87-95.

38. Хитрых Д. Моделирование процессов горения в ANSYS CFX / Д. Хитрых // САПР и графика. – 2006. – №1. – С. 8–9.

39. Пакет прикладных программ FLUENT для решения задач механики жидкости и газа, тепло- и массопереноса [Электронный ресурс] / Старченко А.В., Беликов Д.А., Гольдин В.Д., Нутерман Р.Б. – Томский госуниверситет.

40. Computer Simulation Instrumental in Development of Inward Burning Matrix Burner / Journal articles by FLUENT Software users [Электронный ресурс]. – Lebanon (USA): Fluent Inc, 1999. – 3 с. – Режим доступа: www.fluent.com

41. Hobbs A. Simulation Cuts Time to Develop Asphalt Plant Burner from 6-12 Months to 1 Month / Journal articles by FLUENT Software users [Электронный ресурс]. – Lebanon (USA): Fluent Inc, 2004. – 4 с. – Режим доступа: www.fluent.com

42. Coal Combustion in a Rotary Kiln / Journal articles by FLUENT Software users [Электронный ресурс]. – Lebanon (USA): Fluent Inc, 2000. – 2 с. – Режим доступа: www.fluent.com

43. Шапгала В. В. Применение демонстрационных версий газодинамических пакетов "FlowVision" и "Fluent" в учебном процессе / Межд. научно-метод. интернет-конф. «Информационные технологии в образовательной среде современного вуза». – Белгород, БГТУ им. В. Г. Шухова, 2004 [Электронный ресурс]. – Режим доступа <http://conf.bstu.ru/conf/docs/0026/0419.doc>.

44. Сертификация системы моделирования движения жидкости и газа FlowVision / А. А. Аксенов, В. В. Шмелев, М. Л. Смирнова и др. // САПР и графика, 2006. – № 4.

45. Система моделирования движения жидкости и газа FlowVision. Версия 2.3. Примеры решения типовых задач [Электронный ресурс]. – М.: ООО «Тесис», 2006. – 175 с.

46. Iaccarino G. Prediction of the turbulent flow in a diffuser with commercial CFD codes / Center for Turbulence Research. Annual Research Briefs 2000. – P. 271-278.

47. Чернов А. Решение задач теплообмена в ANSYS Workbench / А. Чернов // САПР и графика. – 2006. – № 2. – С. 76–78.

- 48.** Система моделирования движения жидкости и газа FlowVision. Версия 3.0. Руководство пользователя [Электронный ресурс]. – М.: ООО «Тесис», 2006.
- 49. Патанкар С. В.** Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах: Пер. с англ. / С. В. Патанкар. – М.: МЭИ, 2003. – 312 с.
- 50.** Футеровка вращающихся печей цементной промышленности / Н. В. Ильина, Г. А. Сохацкая, В. К. Захаренков, И. П. Кульин. – М.: Стройиздат, 1967. – 196 с.
- 51. Соколинская Ч. А.** Разработка метода контроля и способа восстановления обмазки в зоне спекания цементных вращающихся печей: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / Ч. А. Соколинская. – М., 1983. – 24 с.
- 52. Бернштейн Л. Г.** Опыт системного описания процесса обжига клинкера во вращающейся печи / Л. Г. Бернштейн, Г. Б. Егоров // Цемент. – 1990. – № 9. – С. 5–9.
- 53. Hawthorne W. R.** Mixing and Combustion in Turbulent Gas Jets / W. R. Hawthorne, D. S. Weddell, H. C. Hottell. // Third Symposium on Combustion and Flame and Explosion Phenomena. – Baltimore, 1949. – P. 266-288.
- 54. Семикин И. Д.** Закономерности факельного процесса при сжигании газа / И. Д. Семикин // Науч. труды Днепропетровского металлургического института. Вып. 33. – Киев: ГИТЛ УССР, 1955. – С. 83-103.
- 55.** Теория турбулентных струй / Г. Н. Абрамович, Т. А. Гиршович, С. Ю. Крашениников и др.; Под ред. Г. Н. Абрамовича. – М.: Наука, 1984. – 716 с.
- 56. Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
- 57. Кузнецов В. А.** Математическое моделирование тепловой работы цементной вращающейся печи: Учебное пособие / В. А. Кузнецов. – Белгород: Изд-во БелГТАСМ. – 1994. – 80 с.
- 58. Хинце И. О.** Турбулентность. Ее механизм и теория / И. О. Хинце. – М.: Физматгиз, 1963. – 680 с.
- 59. Ricou F. P.** Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets / F. P. Ricou, D. B. Spalding. // J. Fluid Mechanics. – 1961. – Vol. 11, pt. 1. – P. 21-32.
- 60. Ferziger J. H.** Computational Methods for Fluid Dynamics / J. H. Ferziger, M. Peric. – Berlin, etc.: Springer, 2003. – 423 p.
- 61. Бэтчелор Дж.** Введение в динамику жидкости / Дж. Бэтчелор. – М.: Мир, 1973. – 760 с.
- 62. Кузнецов В. А.** Математическая модель свободной конвекции [Электронный ресурс] / В. А. Кузнецов, Я. В. Наренкова // III Междунар. науч. - практ. конференция "Проблемы экологии: наука, промышленность, образование". Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. – 2006. – № 14. – 3 с.

- 63. Пейтел В. К.** Модели турбулентности для течений в пристеночной области с малыми числами Рейнольдса / **В. К. Пейтел**, В. Роди, Г. Шойерер // Аэрокосмическая техника. – 1986, № 2. – С. 184-197.
- 64. Белов И.А.** Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости / И.А. Белов, С.А. Исаев, В.А. Коробков. – Л.: Судостроение, 1989. – 254 с.
- 65. Кузнецов В. А.** Уточнение гипотез пристенной турбулентности / В. А. Кузнецов // ИФЖ. – 1986. – Т. 50, № 6. – С. 917-922.
- 66. Кузнецов В. А.** Математическая модель свободной конвекции воздуха в комнате / В. А. Кузнецов, В. П. Кожевников // Известия вузов. Проблемы энергетики. – 2008. – № 7-8. – С. 15-27.
- 67. Кузнецов В. А.** Основы математического моделирования теплотехнологических процессов / В. А. Кузнецов. – Белгород: Изд-во БГТУ им. В. Г. Шухова, 2004. – 95 с.
- 68. Шорин С. Н.** Теплопередача / С. Н. Шорин. – М. : Высш. школа, 1964. – 490 с.
- 69. Адрианов В.М.** Дифференциальные методы исследования теплообмена излучением / В. М. Адрианов, Г. Л. Поляк. // ИФЖ. – 1964. – Т.7, № 4, – С. 74-80.
- 70. Детков С. П.** Тепловые процессы в печных агрегатах алюминиевой промышленности / С. П. Детков, А. Е. Еринов. – Киев: Наук. думка, 1987. – 272 с.
- 71. Росселанд С.** Астрофизика на основе теории атома / С. Росселанд. – М.-Л.: ОНТИ, 1936. – 302 с.
- 72. Сушкевич Т. А.** Математические модели переноса излучения / Т. А. Сушкевич. – М. : БИНОМ, 2006. – 661 с.
- 73. Кузнецов В. А.** К расчету теплообмена излучением в поглощающей среде / В. А. Кузнецов. // ИФЖ. – 1980. – Т. 38, № 1. – С. 134-139.
- 74.** Тепловой расчет котельных агрегатов. Нормативный метод. – М. : Энергия, 1973. – 295 с.
- 75. Кузнецов В. А.** Уточнение дифференциальной модели теплообмена излучением в топках / В. А. Кузнецов, О. А. Рязанцев // Математические методы в технике и технологиях: Сб. труд. XXI Международ. конф. ММТТ-XXI. – Т. 5. – Саратов, СГТУ, 2008. – С. 103-105.
- 76. Гусев Л. Н.** Методика расчета суммарного теплообмена в камерных топках / Л. Н. Гусев. // Теплоэнергетика. – 2008. – № 1. – С. 66-70.
- 77. Воробьев Х. С.** Теплотехнические процессы и аппараты силикатных производств / Х. С. Воробьев, Д. Я. Мазуров, А. А. Соколов. – М.: Высш. шк., 1962. – 420 с.
- 78. Воробьев Х. С.** Теплотехнические расчеты цементных печей и аппаратов / Х. С. Воробьев, Д. Я. Мазуров. – М.: Высш. шк., 1962. – 352 с.
- 79. Дешко Ю. И.** Наладка и теплотехнические испытания вращающихся печей на цементных заводах / Ю. И. Дешко, М. Б. Креймер, Т. А. Огаркова. – М.: Стройиздат, 1962. – 244 с.

- 80. Бабушкин В. И.** Термодинамика силикатов / В. И. Бабушкин, Г. М. Матвеев, О. П. Мчедлов-Петросян. – М.: Стройиздат, 1986. – 408 с.
- 81. Шейн В. И.** Термодинамическая модель синтеза поргланцементного клинкера / В. И. Шейн, К. Будегдег, Т. Ю. Щетинина // Цемент. – 2001. – № 6. – С. 20–24.
- 82. Шейн В. И.** Теплотраты на образование поргланцементного клинкера из природных минеральных смесей / В. И. Шейн // Цемент. – 1995. – № 4. – С. 24–28.
- 83. Классен В. К.** Обжиг цементного клинкера / В. К. Классен. – Красноярск: Стройиздат, 1994. – 323 с.
- 84. Лугинина И. Г.** Изменения химического и фазового состава материала при обжиге в печах 5x185 м // И. Г. Лугинина, С. В. Шурупова // Цемент. – 1995. – № 3. – С. 22–23.
- 85. Щеткина Т. Ю.** Исследование клинкерообразования в печи размером 5x185 м с помощью ИК-спектроскопии / Т. Ю. Щеткина, В. С. Мелентьева, Г. П. Лавренко // Цемент. – 1988. – № 1. – С. 8–9.
- 86. Бутт Ю. М.** Химическая технология вяжущих материалов / Ю. М. Бутт, М. М. Сычев, В. В. Тимашев. – М.: Высш. шк, 1980. – 472 с.
- 87. Беседин П. В.** Исследование и оптимизация процессов в технологии цементного клинкера / П. В. Беседин, П. А. Трубаев. – Белгород: Изд-во БелГТАСМ: БИЭИ, 2004. – 420 с.
- 88. Беседин П. В.** Энерготехнологический анализ процессов в технологии цементного клинкера / П. В. Беседин, П. А. Трубаев. – Белгород: Изд-во БелГТАСМ: БИЭИ, 2005. – 456 с.
- 89.** Высокотемпературные теплотехнологические процессы и установки / Под. ред. А. Д. Ключникова. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 336 с.
- 90. Аракелов В. Е.** Методические вопросы экономики энергоресурсов / В. Е. Аракелов, А. И. Кремер. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 192 с.
- 91. Трубаев П. А.** Термодинамическая база данных анализа процесса получения силикатных строительных материалов из природного сырья / П. А. Трубаев, П. В. Беседин // Кибернетика и системный анализ, 2007. – № 1. – С. 183-188.
- 92. Рябин В. А.** Термодинамические свойства веществ: Справочник / В. А. Рябин, М. А. Остроумов, Т. Ф. Свит. – М.: Химия, 1977. – 392 с.
- 93. Михайлов-Вагнер А.** Влияние горелочного устройства на технико-экономические показатели вращающихся печей / А. Михайлов-Вагнер // Цемент. – 1999. – № 2. – С. 15–19.
- 94. Арутюнов В. А.** Математическое моделирование тепловой работы промышленных печей / В. А. Арутюнов, В. В. Бухмиров, С. А. Крупенников. – М.: Металлургия, 1990. – 239 с.
- 95. Folliot A.** La transmission de Chaleur dans le four rotatif a Ciment / A. Folliot // Revue des materiaux de constructuion. – 1954. – № 469–471; 1955. – № 472–475.

96. Кутателадзе С. С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие / С. С. Кутателадзе. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 367 с.

97. Расчет потерь тепла через корпус цементных вращающихся печей / П. А. Трубаев, П. В. Беседин, М. В. Нусс и др. // Цемент и его применение, 2001. – № 2. – С. 13–17.

98. Кузнецов В. А. Определение коэффициентов поглощения углекислого газа и водяного пара / В. А. Кузнецов, П. А. Трубаев // Физикохимия композиционных строительных материалов: Сб. науч. тр. – Белгород: Изд-во БТИСМ, 1989. – С.20–24.

99. Выбор конструкции цепных завес вращающихся печей / А. Б. Златковский, Л. Л. Польский, В. М. Копелович, А. И. Здоров // Цемент и его применение. – 1999. – № 2. – С. 24–27.

100. Вальберг Г. С. Интенсификация производства цемента / Г. С. Вальберг, И. К. Гринер, В. Я. Мефодовский. – М.: Стройиздат, 1971. – 145 с.

101. Дуда В. Цемент: Пер. с нем. / В. Дуда. – М.: Стройиздат, 1981. – 270 с.

102. Справочник по производству цемента / Под ред. И. И. Холина. – М.: Стройиздат, 1963. – 851 с.

103. Аэров М. Э. Аппараты со стационарным зернистым слоем: Гидравлические и тепловые основы работы / М. Э. Аэров, О. М. Тодес, Д. А. Наринский. – Л.: Химия, 1979. – 176 с.

104. Справочник по теплообменникам. Т. 1: Пер. с англ.; Под ред. Б. С. Петухова, В. К. Шикова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 560 с.

105. Кутателадзе С. С. Справочник по теплопередаче / С. С. Кутателадзе, В. М. Боришанский. – М.: Госэнергоиздат, 1959. – 415 с.

106. Вальберг Г. С. Новые методы теплового расчета и испытания вращающихся печей / Г. С. Вальберг, А. А. Глозман, М. Я. Швыдкий. – М.: Стройиздат, 1973. – 112 с.

107. Stanek V. // *AIChE*, 1974. – V. 20. – P.974.

108. Stanek V. // *Canad. J. Chem. Eng.* – 1972. – V. 50. – P.9; 1973. – V. 51. – P. 22.

109. Аэров М. Э. Гидравлика и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем / М. Э. Аэров, О. М. Тодес. – Л.: Химия, 1968.

110. Forheimer P. // *Z. VDI*. – 1901. – Bd. 45. – S. 1781.

111. Ergun S. Fluid flow through randomly packed columns and fluidized beds / S. Ergun, A. Orning // *Ing. Eng. Chem.* – 1949. – Vol. 41. – P. 179.

112. Schneebeli G. // *La Houille Blance*. – 1955. – V. 10. – P. 141.

113. Carman P. Flow of gases through porous media / P. Carman. – London: Acad. Press, 1956.

114. Wyllie M. // *Ind. Eng. Chem.* – 1955. – V. 47. – P. 1379.

115. Коллеров Д. К. // *Хим. пром-сть*. – 1959. – № 2. – С. 163.

- 116. McDonald I.** Flow through porous media – the ergun equation revised / McI. Donald, M. Sayed, K. Now, F. Dullen // *Ing. Eng. Chem. Fund.* – 1979. – Vol. 18. – P. 198.
- 117.** Печи и сушила силикатной промышленности / Д. Б. Гинзбург, С. Н. Деликшикин, Е. И. Ходоров, А. Ф. Чижский. – М.: Госстройиздат, 1956. – 456 с.
- 118. Гольдштик М. А.** Процессы переноса в зернистом слое / М. А. Гольдштик. – Новосибирск, Институт теплофизики СО АН СССР, 1984.
- 119. Бернштейн Р. С.** Обобщенный метод расчета аэродинамических сопротивлений загруженных сечений / Р. С. Бернштейн, В. В. Померанцев, С. Л. Шагалова // Сб. «Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельнотопочных процессах». – М.: Госэнергоиздат, 1958.
- 120. Anselm W.** Brenntechnik mit Sauerstoff Schriftenreihe Steine und Ergun / W. Anselm, A. Koch – Berlin. – 1944. – Band 7.
- 121. Боришанский В. М.** // Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельнотопочных процессах: Сб. науч. тр / В. М. Боришанский. – М.: Госэнергоиздат, 1958.
- 122. Казанцев Е. И.** Промышленные печи: Справочное руководство для расчетов и проектирования / Е. И. Казанцев. – М.: Metallurgia, 1964. – 452 с.
- 123. Перегудов В. Н.** Теплотехника и теплотехническое оборудование / В. Н. Перегудов. – М.: Стройиздат, 1990. – 336 с.
- 124. Ranz W.** Friction and transfer coefficients for single particles and packed beds / W. Ranz // *Chem. Eng. prog.* – 1965. – Vol. 45. – P. 247–253.
- 125. Gnielinski V.** Equations for the calculations of heat and mass transfer during flow through stationary spherical packings at moderate and high Pecule numbers / V. Gnielinski // *Int. Chem. Eng.* – 1981. – Vol. 21. – P. 378–383.
- 126. Тимофеев В. Н.** // Изв. ВТИ. – 1949. – № 2.
- 127. Федоров М. И.** Современные проблемы сушильной техники / М. И. Федоров. – Госэнергоиздат, 1941. – Вып. 2.
- 128. Федоров М. И.** // Изв. ВТИ. – 1947. – № 2.
- 129. Чуханова З. Ф.** // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. – 1945. – № 7–8.
- 130. Бернштейн Р. С.** // Исследование горения натурального топлива: Сб. тр.; Под ред. Г. Ф. Кнорре / Р. С. Бернштейн. – М.: Госэнергоиздат, 1948.
- 131. Китаев Б. И.** Теплообмен в шахтных печах / Б. И. Китаев, Ю. Г. Ярошенко, В. Д. Сучков. – М.: Metallurgizdat, 1957.
- 132. Мазуров Д. Я.** Теплотехническое оборудование заводов вяжущих материалов / Д. Я. Мазуров. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1982. – 288 с.
- 133. Traustell S.** Warm und Stoffubergang in Kugelschuttengen / S. Traustell // *Feuerungstech.* – 1941. – № 6. – S. 129–131.
- 134.** Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент: Справочник / Под общ. ред. чл.-кор. РАН В. А. Григорьева, проф. В. М. Зорина. – 3-е изд., перераб. и дополн. – М.: Изд-во МЭИ, 2001. – 564 с. (серия «Теплоэнергетика и теплотехника»; Кн. 1)

- 135. Kunil D.** Particle-to-fluid heat and mass transfer in packed beds of fine particles / D. Kunil, M. Suzuki // *Int. J. Heat Mass Transfers.* – 1967. – Vol. 10. – P. 845–852.
- 136. Martin H.** Low Pecle number particle-to-fluid heat and mass transfer in packed beds / H. Martin // *Chem. Eng. Sci.* – 1978. – Vol. 33. – P. 913–919.
- 137. Жаворонков Н. М.** // *ЖФХ.* – 1949. – Т. 23. – С. 342.
- 138. Leva M.** // *Chem. Eng.* – 1947. – V. 43 – P. 713.
- 139. Leva M.** // *Chem. Eng.* – 1957. – V. 64, № 9. – P. 245.
- 140. Ходоров Е. И.** Печи цементной промышленности / Е. И. Ходоров. – М.: Промстройиздат, 1950. – Ч. I. – 421 с.
- 141. Классен В. К.** Уменьшение теплотеря в горячей части печи эффективно снижает расход топлива / В. К. Классен // *Цемент.* – 1978. – С. 18–19.
- 142. Классен В. К.** О некоторых теплотехнических закономерностях, проявляющихся при обжиге клинкера во вращающихся печах / В. К. Классен // *Химическая технология строительных материалов.* – М., 1980. – С. 25–41.
- 143. Классен В. К.** Оптимизация сжигания топлива во вращающихся печах / В. К. Классен // *Цемент.* – 1981. – № 9. – С. 6–8.
- 144. Классен В. К.** Расчет некоторых теплофизических свойств газового потока во вращающихся печах / В. К. Классен // *Цемент.* – 1981. – № 6 – С. 4–5.
- 145. Классен В. К.** К вопросу клинкерного пыления во вращающихся печах / В. К. Классен и др. // *Способы повышения эффективности работы цементных вращающихся печей.* – М., 1981. – С. 117–138.
- 146. Классен В. К.** Влияние различных факторов на расход тепла при обжиге клинкера / В. К. Классен // *Цемент.* – 1980. – № 8. – С. 8–11.
- 147. Беседин П. В.** Влияние технологических параметров процесса обжига клинкера на скорость движения материала во вращающейся печи / П. В. Беседин, В. К. Классен, А. И. Литвинов и др. // *Цемент.* – 1978. – № 10. – С. 21–23.
- 148. Классен В. К.** Изучение движения материала в 185-метровых вращающихся печах при обжиге портландцементного клинкера / В. К. Классен, П. В. Беседин. // *Обзор. информ. ВНИИЭСМ: Пром-сть строит. материалов.* Сер. 18. Цементная и асбестоцементная промышленность. – М.: ВНИИЭСМ, 1978. – Вып. 8. – С. 7–11.
- 149. А. с. 883631 СССР, МКл³ F27 B7/22.** Способ регулирования толщины обмазки на футеровке в зоне спекания вращающейся печи / В. К. Классен, П. В. Беседин; Белгор. технол. ин-т строит. материалов // *Открытия. Изобретения.* – 1981. – № 43.
- 150. Классен В. К.** Оптимизация режима работы печи с использованием теплового излучения корпуса печи / В. К. Классен, В. Ф. Хрущев, П. В. Беседин // *Тез. докл. Всесоюз. совещ. по химии и технологии цемента.* – М., 1982.
- 151. А. с. 1043459 СССР, МКН¹ F27D 19/00.** Способ автоматического управления процессом обжига клинкера во вращающейся печи / В. К. Классен,

П. В. Беседин и др.; Белгор. технол. ин-т строит. материалов // Открытия. Изобретения. – 1983. – № 35.

152. А. с. 1211575 СССР, МКН¹ F27D 19/00, С 04 В 7/44. Способ автоматического управления процессом обжига клинкера во вращающейся печи / В. К. Классен, П. В. Беседин и др.; Белгор. технол. ин-т строит. материалов // Открытия. Изобретения. – 1986. – № 6.

153. А. с. 685644 СССР МКЛ² С04 В 7/44, F 27 D 19/00. Способ управления процессом обжига во вращающейся печи / П. В. Беседин и др.; Белгор. технол. ин-т строит. материалов // Открытия. Изобретения. – 1979. – № 34.

Научное издание

Трубаев Павел Алексеевич

Кузнецов Валерий Алексеевич

Беседин Павел Васильевич

**Методы
компьютерного моделирования
горения и теплообмена
во вращающихся печах**

Подписано в печать 29.12.2008. Формат 60x84/16.

Усл. печ. л. 13,4. Уч.-изд.л. 14,4

Тираж 75 экз.

Заказ

Цена

Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете
им. В.Г. Шухова

308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46